

# Master de recherche en vibration et acoustique

---

## Rapport de stage

Edouard CARDENAS CABADA

septembre 2014

### **Mise en place de benchmarks numériques pour méthodes d'identification de sources acoustiques**

#### Encadrants

Nicolas TOTARO

Quentin LECLERE

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Présentation du sujet</b>	<b>4</b>
1.1	Introduction . . . . .	4
1.2	Objectifs et intérêts . . . . .	4
1.3	Mise en œuvre . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Monopole</b>	<b>7</b>
2.1	Equations du problème . . . . .	7
2.2	Pression rayonnée . . . . .	8
2.3	Vitesse rayonnée . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Calcul Analytique : Piston rigide et bafflé</b>	<b>10</b>
3.1	Résolution du problème de rayonnement . . . . .	10
3.2	Approche Numérique . . . . .	13
3.3	Validation du code de calcul . . . . .	14
3.3.1	Formulation en champ lointain . . . . .	14
3.3.2	Influence des paramètres . . . . .	15
3.3.3	Comparaison de la pression rayonnée . . . . .	17
<b>4</b>	<b>Plaque mince finie et bafflée</b>	<b>22</b>
4.1	Pose du problème . . . . .	22
4.2	Résolution de l'équation du mouvement . . . . .	24
4.3	Rayonnement de la plaque par formulation intégrale . . . . .	25
4.4	Calcul du vecteur vitesse des particules . . . . .	28
4.5	Grandeurs de références . . . . .	30
4.5.1	Pression pariétale . . . . .	31
4.5.2	Vitesses . . . . .	31
4.5.3	Intensités et puissance . . . . .	31
4.5.4	Coefficient de rayonnement . . . . .	32
4.6	Validation du code de calcul . . . . .	32
4.6.1	Validation des modes de structure . . . . .	33
4.6.2	Calcul éléments finis . . . . .	33

4.6.3	Comparaison avec le programme . . . . .	40
<b>5</b>	<b>Rayonnement dans une cavité</b>	<b>52</b>
5.1	Cavité d'air quelconque . . . . .	52
5.2	Cavité parallélépipédique . . . . .	54
5.3	Monopole dans une cavité . . . . .	55
5.4	Plaque vibrante dans une cavité . . . . .	55
5.5	Combinaisons de sources . . . . .	56
5.6	Validation du code de calcul . . . . .	57
5.6.1	Monopole . . . . .	57
<b>6</b>	<b>Méthodes Inverses</b>	<b>61</b>
6.1	La méthode iPTF . . . . .	61
6.2	La méthode NAH . . . . .	63
<b>7</b>	<b>Confrontation des benchmarks et des méthodes d'identification</b>	<b>65</b>
7.1	Définition des surfaces de mesure . . . . .	65
7.2	Monopoles en champ libre . . . . .	67
7.2.1	Définition de l'étude . . . . .	67
7.2.2	NAH . . . . .	69
7.2.3	iPTF . . . . .	76
7.3	Plaque bafflée en champ libre . . . . .	79
7.3.1	Comparaison à 300 Hz . . . . .	79
7.3.2	Comparaison à 1200 Hz . . . . .	87
7.4	Piston seul en champ libre . . . . .	91
7.4.1	NAH . . . . .	91
7.4.2	iPTF . . . . .	91
7.5	Deux pistons en champ libre . . . . .	94
7.5.1	NAH . . . . .	94
7.5.2	iPTF . . . . .	96
7.6	Monopole dans une cavité . . . . .	97
7.6.1	NAH . . . . .	98
7.6.2	iPTF . . . . .	98
7.7	Synthèse . . . . .	100
<b>8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>101</b>
<b>A</b>	<b>Guide pour l'utilisation du programme</b>	<b>103</b>
A.1	Démarrage du programme . . . . .	103
A.2	Monopole . . . . .	103

A.3	Piston rigide et bafflé . . . . .	107
A.4	Plaque mince finie et bafflée . . . . .	110

# Chapitre 1

## Présentation du sujet

### 1.1 Introduction

Ce sujet de master de recherche en Acoustique a pour objectif la création de benchmarks appliqués aux méthodes d'identification acoustique. Ce thème est actuellement un axe majeur de recherche du fait de ses nombreuses applications dans le monde industriel. L'identification et la caractérisation de sources est en effet essentielle dans l'amélioration du confort dans les transports et dans les usines. Elle peut aussi être appliquée à la détection de défauts dans certains mécanismes. Ainsi, les chercheurs s'efforcent de développer des méthodes permettant d'identifier et localiser une source vibratoire grâce à des mesures de grandeurs physiques (pression, vitesse, intensité, etc...). Ces techniques ont chacune leurs avantages et inconvénients puisqu'elles ne nécessitent pas les mêmes données de mesures. Cependant, elles sont basées sur des problèmes inverses qui leur confèrent un désavantage commun : le conditionnement des matrices à inverser.

On peut donc penser que l'efficacité d'une méthode d'identification dépend fortement du cas considéré. Les différences de mise en œuvre leur attribuent des erreurs qui leur sont propres et qui sont difficiles à estimer au préalable. On comprend alors la nécessité d'établir une méthode pour pouvoir estimer leur précision.

### 1.2 Objectifs et intérêts

Le travail qui est effectué dans le cadre de ce master de recherche a pour finalité de fournir un outil de comparaison des méthodes d'identification. Cela permettra aux chercheurs de tester leur efficacité en les comparant à un mo-

dèle analytique. Les benchmarks mis en place pourront être paramétrables afin de pouvoir offrir des conditions comparables de complexité et d'environnement. Ces derniers seront basés sur des solutions analytiques qui seront reproductibles pour chaque type de méthodes d'identification existantes ou à venir.

En effet, la diversité des méthodes inverses ne permet pas de les comparer objectivement. Puisque les grandeurs à fournir ne sont pas toujours les mêmes, le fait des les comparer par l'expérience impliquerait une grande perte de temps lors de l'installation des dispositifs de mesure adaptés. Par exemple, les méthodes IFRF (*Inverse Frequency Response Fonction*) [14], NAH (*Near field Acoustic Holography*) [6] [7] [8] [4] et SONAH (*Statistically Optimal Near field Acoustical Holography*) [15] ne nécessitent qu'un plan de mesure tandis que les méthodes iPTF [5] (*inverse Patch Transfer Function*) et MEF [14] (*Méthode des Eléments de Frontière*) ont besoin d'une surface de mesure entourant la source. De plus, les méthodes de régularisation sont utilisées de manière très subjective. Il est donc difficile d'estimer quelle part d'erreur vient du choix du paramètre de régularisation et non pas de la méthode d'identification elle-même. Ces différences montrent le besoin de créer un outil qui pourrait simplifier la comparaison de toutes ces méthodes de manière simple.

La base de données de benchmarks sera alors proposée en téléchargement sur le site du LVA sous forme d'un programme MATLAB.

### 1.3 Mise en œuvre

Afin de laisser une certaine liberté aux futurs utilisateurs du programme, il est important de proposer plusieurs situations possibles et de maximiser le nombre de grandeurs paramétrables. Les benchmarks proposés sont les suivants :

- Monopole en champ libre
- Piston rigide et bafflé en champ libre
- Plaque mince finie et bafflée en champ libre
- Monopole dans une cavité
- Plaque dans une cavité

Les méthodes d'identification pourront être testées sur ces différents cas. On pourra alors comparer les résultats trouvés grâce aux méthodes inverses et les résultats analytiques. Les deux méthodes qui seront ici comparées aux

résultats analytiques sont la méthode iPTF (inverse Patch Transfer Functions) [5] et la méthode NAH (Near field Acoustical Holography) [6] [7]. Une explication de ces méthodes inverses sera donnée dans ce rapport. A travers ces comparaisons, nous soulignerons l'utilité de l'outil proposé en mettant en évidence certains défauts des méthodes d'identifications testées.

# Chapitre 2

## Monopole

Dans ce chapitre nous allons présenter les équations qui régissent le rayonnement d'un monopole en champ libre. Pour cela, nous nous intéressons au cas de la sphère pulsante de rayon  $a$ . La finalité est d'obtenir la pression et la vitesse rayonnées en tout point de l'espace.

### 2.1 Equations du problème

Du fait des symétries de la sphère pulsante, les grandeurs du problème ne dépendent que de la distance à la source appelée  $r$ . L'équation d'Helmholtz s'écrit :

$$\frac{\partial^2 p(r, t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p(r, t)}{\partial r} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(r, t)}{\partial t^2} = 0 \quad \text{avec } r \geq a \quad (2.1)$$

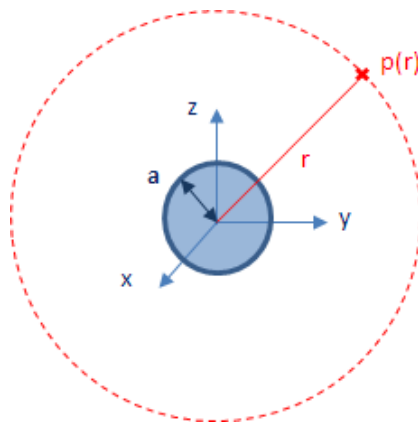


FIGURE 2.1 – Schéma de la sphère pulsante.



La séparation de la variable spatiale et temporelle nous permet d'écrire la pression rayonnée à la distance  $r$  sous la forme :

$$p(r, t) = \bar{p}(r)e^{j\omega t} \quad (2.2)$$

En injectant cette expression dans l'équation 2.1 nous obtenons :

$$\frac{d^2\bar{p}}{dr^2} + \frac{2}{dr} \frac{d\bar{p}}{dr} + k^2\bar{p} = 0 \quad (2.3)$$

## 2.2 Pression rayonnée

Les solutions de l'équation 2.3 sont de la forme :

$$\bar{p}(r) = \frac{A}{r}e^{-jkr} + \frac{B}{r}e^{jkr} \quad (2.4)$$

Puisque nous sommes en condition de champ libre, il n'y a pas d'onde retour. On peut appliquer les conditions de Sommerfeld en posant  $B = 0$ .

$$\bar{p}(r) = \frac{A}{r}e^{-jkr} \quad (2.5)$$

L'équation d'Euler nous permet de relier la pression à la vitesse :

$$\bar{v}(r) = \frac{j}{\rho_0\omega} \frac{d\bar{p}}{dr} \quad (2.6)$$

En utilisant la continuité des vitesses en  $r = a$ , il est possible de déterminer la constante  $A$ . Après calcul on obtient la nouvelle formulation de la pression :

$$\bar{p}(r) = \frac{j\rho_0\omega S\bar{v}}{1 + jka} \frac{e^{-jk(r-a)}}{4\pi r} \quad (2.7)$$

où  $S$  est la surface de la sphère pulsante et  $\bar{v}$  la vitesse de sa membrane. L'excitation peut aussi être caractérisée par le débit volumique de la sphère pulante  $Q = \rho_0 S\bar{v}$ .

Considérer le cas du monopole revient à faire tendre le rayon de la sphère pulsante vers zéro. On obtient ainsi l'expression de la pression rayonnée pour le monopole :

$$\bar{p}(r) = \frac{j\omega Q e^{-jkr}}{4\pi r} \quad (2.8)$$

## 2.3 Vitesse rayonnée

Dans un deuxième temps, nous souhaitons calculer la vitesse rayonnée dans les trois directions de l'espace. Pour cela, nous réutilisons la formule d'Euler 2.6

$$\vec{v}_n = \frac{j}{\rho_0 \omega} \frac{d\bar{p}}{dn} \vec{n} \quad (2.9)$$

En considérant que la normale de dérivation a pour coordonnées  $(n_x, n_y, n_z)$  on peut exprimer la vitesse de la manière suivante :

$$v_n = \frac{j}{\rho_0 \omega} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} \left( \frac{\partial r}{\partial x} n_x + \frac{\partial r}{\partial y} n_y + \frac{\partial r}{\partial z} n_z \right) \quad (2.10)$$

avec  $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$

Après calcul, nous pouvons exprimer la vitesse des particules suivant les trois directions de l'espace :

$$v_x = \left( jk + \frac{1}{r} \right) \frac{Q e^{-jkr}}{\rho_0 4\pi r^2} (x - x_0) \quad (2.11)$$

$$v_y = \left( jk + \frac{1}{r} \right) \frac{Q e^{-jkr}}{\rho_0 4\pi r^2} (y - y_0) \quad (2.12)$$

$$v_z = \left( jk + \frac{1}{r} \right) \frac{Q e^{-jkr}}{\rho_0 4\pi r^2} (z - z_0) \quad (2.13)$$

## Chapitre 3

# Calcul Analytique : Piston rigide et bafflé

Nous nous intéressons ici au calcul du rayonnement d'un piston rigide et bafflé [3]. La surface vibrante est supposée indéformable ce qui limite l'étude à un problème de vibration à une dimension. Le problème de rayonnement est ensuite traité grâce à une transformée de Fourier spatiale, ce qui permettra de calculer la pression rayonnée en tout point de l'espace.

### 3.1 Résolution du problème de rayonnement

Le problème de rayonnement considéré met en jeu un piston de forme rectangulaire de dimension  $a \times b$  excité par un effort harmonique  $Fe^{j\omega t}$ . Le piston est modélisé par un système masse - ressort de masse  $M$  et de raideur  $K$ . L'équation du mouvement d'un tel système est :

$$M\ddot{w}(x, y) + Kw(x, y) = Fe^{j\omega t} - \int_S \bar{p}(x, y, z = 0)e^{j\omega t} dS \quad (3.1)$$

Avec  $\bar{p}(x, y, z)$  la pression rayonnée et  $w(x, y)$  le déplacement du piston suivant  $z$ . L'hypothèse du piston rigide nous donne un déplacement constant sur toute sa surface :

$$\begin{aligned} w(x, y) &= \bar{w} \cdot e^{j\omega t} & x \in \left[-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right] \text{ et } y \in \left[-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right] \\ \Rightarrow \ddot{w}(x, y) &= -\omega^2 w(x, y) \end{aligned} \quad (3.2)$$

L'équation 4.1 devient

$$(K - \omega^2 M)\bar{w} = F - \int_S \bar{p}(x, y, z = 0) dS \quad (3.3)$$

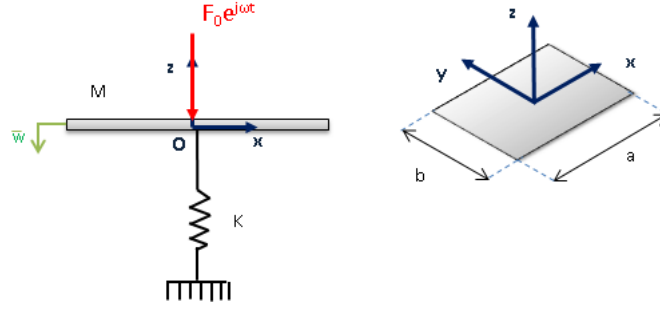


FIGURE 3.1 – Schéma du piston rigide considéré

$S$  étant la surface du piston. La pression rayonnée satisfait l'équation de Helmholtz dans l'espace :

$$\frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial z^2} + k^2 \bar{p} = 0 \quad (3.4)$$

L'équation d'Euler sur la surface du piston doit aussi être satisfaite :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = \rho_0 \omega^2 \bar{w}_z \quad (3.5)$$

$\bar{w}_z$  étant le déplacement du piston suivant la direction  $z$ . On applique la transformée de Fourier spatiale 2D (*TFS*) à la pression rayonnée

$$\tilde{p}(k_x, k_y, z) = \int_{-a/2}^{+a/2} \int_{-b/2}^{+b/2} \bar{p}(x, y, z) e^{-jk_x x} e^{-jk_y y} dx dy \quad (3.6)$$

La transformée de Fourier inverse nous donne

$$\bar{p}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{p}(k_x, k_y, z) e^{jk_x x} e^{jk_y y} dk_x dk_y \quad (3.7)$$

$k_x$ ,  $k_y$  et  $k_z$  sont les nombres d'ondes spatiaux suivant les 3 directions de l'espace. Ils sont reliés par la relation de dispersion.

$$k^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (3.8)$$

$$\Rightarrow k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (3.9)$$

$k_z$  est un indicateur du type d'onde considéré. Si  $k_z$  est réel ( $k^2 > k_x^2 + k_y^2$ ) l'onde est propagative, s'il est imaginaire ( $k^2 < k_x^2 + k_y^2$ ) l'onde est évanescente.

En appliquant la formule d'Euler 3.5 à la *TFS* de la pression  $\tilde{p}(k_x, k_y, z)$  il est possible de la relier à la *TFS* du déplacement  $\tilde{w}(k_x, k_y)$ . La démonstration n'est pas faite ici, l'équation 3.7 devient :

$$\bar{p}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{j\rho_0\omega^2}{k_z} \tilde{w}(k_x, k_y) e^{jk_x x} e^{jk_y y} e^{-jk_z z} dk_x dk_y \quad (3.10)$$

Or la *TFS* du déplacement  $\tilde{w}(k_x, k_y)$  peut être exprimée de manière exacte à partir de  $\bar{w}$  :

$$\tilde{w}(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} w(x, y) e^{-jk_x x} e^{-jk_y y} dx dy \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \tilde{w}(k_x, k_y) &= \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \bar{w} e^{-jk_x x} e^{-jk_y y} dx dy \\ \Rightarrow \tilde{w}(k_x, k_y) &= a \cdot b \cdot \bar{w} \cdot \frac{\sin(\frac{ak_x}{2})}{\frac{ak_x}{2}} \cdot \frac{\sin(\frac{bk_y}{2})}{\frac{bk_y}{2}} \end{aligned} \quad (3.12)$$

On remarque que l'intégrale 3.10 peut être simplifiée en considérant la parité des fonctions à intégrer. En effet, puisque l'intégration s'effectue sur un intervalle symétrique, la contribution des fonctions impaires sera nulle. De plus, l'utilisation de la techniques des sources images fait apparaître un facteur 2 (intégrale de Rayleigh). Après démonstration on obtient :

$$\bar{p}(x, y, z) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{j\rho_0\omega^2}{k_z} \tilde{w}(k_x, k_y) \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z} dk_x dk_y \quad (3.13)$$

La vitesse des particules suivant la direction  $\vec{n}$  est calculée grâce à la relation d'Euler :

$$\vec{v}_n(x, y, z) = \frac{j}{\rho_0\omega} \frac{\partial \bar{p}}{\partial n}(x, y, z) \cdot \vec{n} \quad (3.14)$$

En considérant que le vecteur  $\vec{n}$  a pour composantes  $\begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix}$

$$\vec{v}_n = \frac{j}{\rho_0\omega} \left( \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} n_y + \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} n_z \right) \quad (3.15)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = -\frac{1}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{j\rho_0\omega^2}{k_z} \tilde{w}(k_x, k_y) k_x \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z} \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = -\frac{1}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{j\rho_0\omega^2}{k_z} \tilde{w}(k_x, k_y) k_y \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-jk_z z} \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{j\rho_0\omega^2}{k_z} \tilde{w}(k_x, k_y) jk_z \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z} \end{cases} \quad (3.16)$$

Toutes les données sont maintenant disponibles pour résoudre le problème de rayonnement. On peut remarquer que le paramètre de l'effort n'intervient pas, la grandeur à fixer n'est pas la force mais le déplacement du piston  $\bar{w}$ .

## 3.2 Approche Numérique

La pression rayonnée dans l'espace est donnée par l'équation 3.10. Cette dernière fait intervenir deux intégrales infinies sur le domaine des nombres d'onde spatiaux. Puisque ces intégrales n'ont pas de solution exacte, elles seront approximées par un calcul numérique. Une troncature est alors nécessaire. Nous introduisons le paramètre  $\alpha$  qui permettra de choisir la troncature sur les nombres d'onde :

$$\begin{aligned} k_y^{max} &= k_x^{max} = \alpha \cdot k \\ k_x &\in [0, k_x^{max}] \\ k_y &\in [0, k_y^{max}] \end{aligned} \quad (3.17)$$

Les intégrales sont transformées en somme par le calcul numérique. Les pas sur le domaine des nombres d'onde sont définis par les paramètres de discrétisation  $\Delta k_x$  et  $\Delta k_y$ . Le calcul de la pression rayonnée est effectué grâce à la formule suivante

$$\bar{p}(x, y, z) = \frac{1}{\pi^2} \sum_{k_x=0}^{k_x^{max}} \sum_{k_y=0}^{k_y^{max}} \frac{j \rho_0 \omega^2}{k_z} \tilde{w}(k_x, k_y) \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{-j k_z z} \Delta k_x \Delta k_y \quad (3.18)$$

De même, la vitesse des particules en un point du volume acoustique peut être exprimée suivant les trois directions de l'espace :

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{\omega}{\pi^2} \sum_{k_x=0}^{k_x^{max}} \sum_{k_y=0}^{k_y^{max}} \frac{k_x \tilde{w}(k_x, k_y)}{k_z} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-j k_z z} \Delta k_x \Delta k_y \\ v_y &= \frac{\omega}{\pi^2} \sum_{k_x=0}^{k_x^{max}} \sum_{k_y=0}^{k_y^{max}} \frac{k_y \tilde{w}(k_x, k_y)}{k_z} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-j k_z z} \Delta k_x \Delta k_y \\ v_z &= \frac{j \omega}{\pi^2} \sum_{k_x=0}^{k_x^{max}} \sum_{k_y=0}^{k_y^{max}} \tilde{w}(k_x, k_y) \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{-j k_z z} \Delta k_x \Delta k_y \end{aligned} \quad (3.19)$$

### 3.3 Validation du code de calcul

Les équations vues précédemment sont ensuite écrites dans un programme Matlab. Il s'agit alors de valider le code de calcul afin d'affirmer la validité des résultats. Pour cela, nous allons comparer les résultats obtenus à ceux donnés par une formulation analytique en champ lointain. Dans un premier temps, nous verrons l'influence des différents paramètres de l'étude. Nous comparerons par la suite les pressions rayonnées ainsi que les directivités.

#### 3.3.1 Formulation en champ lointain

L'intégrale de Rayleigh est ici considérée puisque nous sommes dans le cas d'une surface vibrante plane.

$$p(M_0) = \frac{\rho_0 \omega^2}{2\pi} \bar{w} \int_{S_p} \frac{e^{-jkr}}{r} dS \quad (3.20)$$

Le but est d'exprimer  $r$  en coordonnées sphériques et d'appliquer l'approximation en champ lointain (3.2).

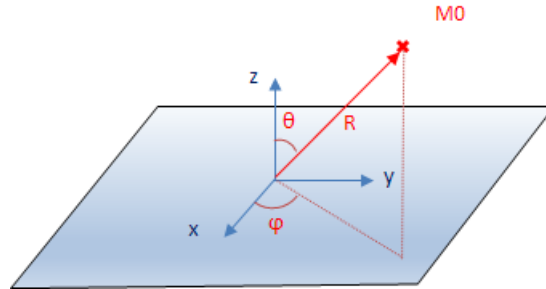


FIGURE 3.2 – Coordonnées sphériques considérées

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z_0^2} \\ \Rightarrow r &= \sqrt{(x - R \sin \theta \cos \phi)^2 + (y - R \sin \theta \sin \phi)^2 + (R \cos \theta)^2} \end{aligned} \quad (3.21)$$

En développant cette expression et en considérant  $R \gg x^2 + y^2$ , un développement limité nous permet d'écrire :

$$r \approx R - x \sin \theta \cos \phi - y \sin \theta \sin \phi \quad (3.22)$$

En injectant cette valeur dans l'équation 3.20 et après calcul nous obtenons :

$$p(M_0) = \frac{\rho_0 \omega^2 S_p \bar{w}}{2\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \text{sinc} \left( \frac{ka}{2} \sin \theta \cos \phi \right) \text{sinc} \left( \frac{kb}{2} \sin \theta \sin \phi \right) \quad (3.23)$$

avec  $R \gg a, b$

Pour la comparaison avec le code de calcul, nous posons  $\phi = 0$ , l'équation 3.23 devient :

$$p(M_0) = \frac{\rho_0 \omega^2 S_p \bar{w}}{2\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \text{sinc} \left( \frac{ka}{2} \sin \theta \right) \quad (3.24)$$

### 3.3.2 Influence des paramètres

La précision des résultats obtenus avec notre code de calcul peut dépendre des approximations numériques effectuées. Dans un premier temps, nous nous intéressons au paramètre  $\alpha$  de l'équation 3.17 qui détermine la troncature sur les nombres d'ondes spatiaux. Un calcul de la pression rayonnée a été lancé en faisant varier ce paramètre de façon à quantifier son influence (figure 3.3).

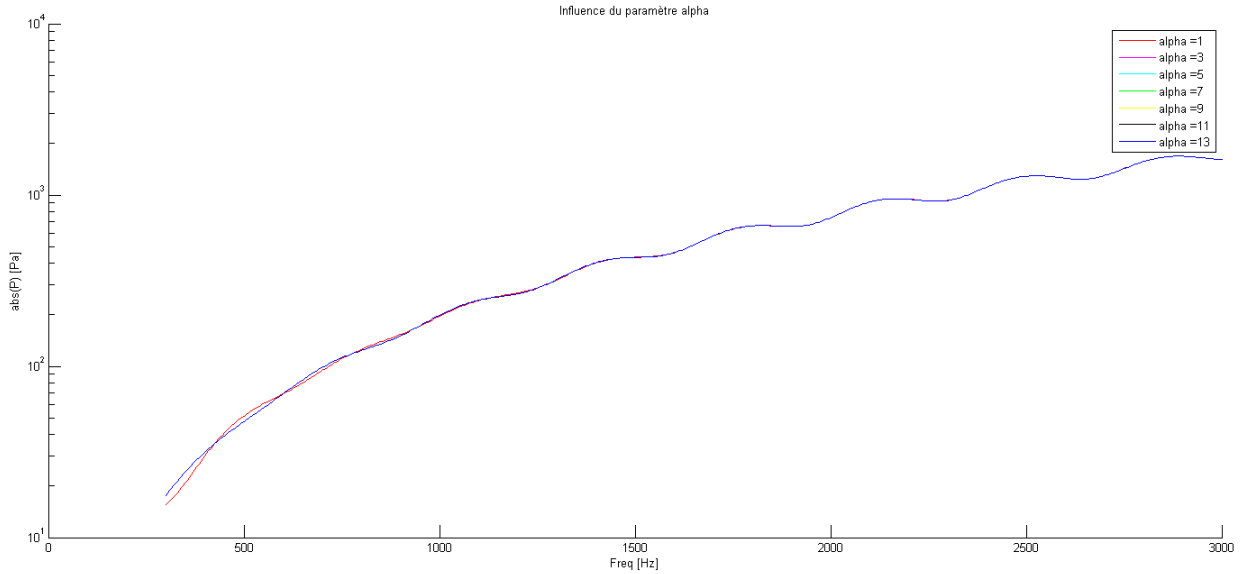


FIGURE 3.3 – Influence du paramètre alpha pour le calcul de la pression rayonnée

On remarque que l'influence de ce paramètre n'est pas déterminante sur la précision des résultats. En effet, en faisant varier alpha de 1 à 13, les courbes



obtenues sont similaires. Il y a tout de même une légère différence de résultat en basses fréquences mais celle-ci n'est pas significative. Ainsi, pour diminuer le temps de calcul nous recommandons une valeur de  $\alpha$  de 2.

Dans un deuxième temps, nous voulons quantifier l'impact de l'amortissement introduit sur la célérité :  $\bar{c} = c(1 + j\eta)$ . Il faut noter qu'en l'absence d'amortissement, une régularisation est nécessaire pour les valeurs nulles de  $k_z$  (équation 3.18).

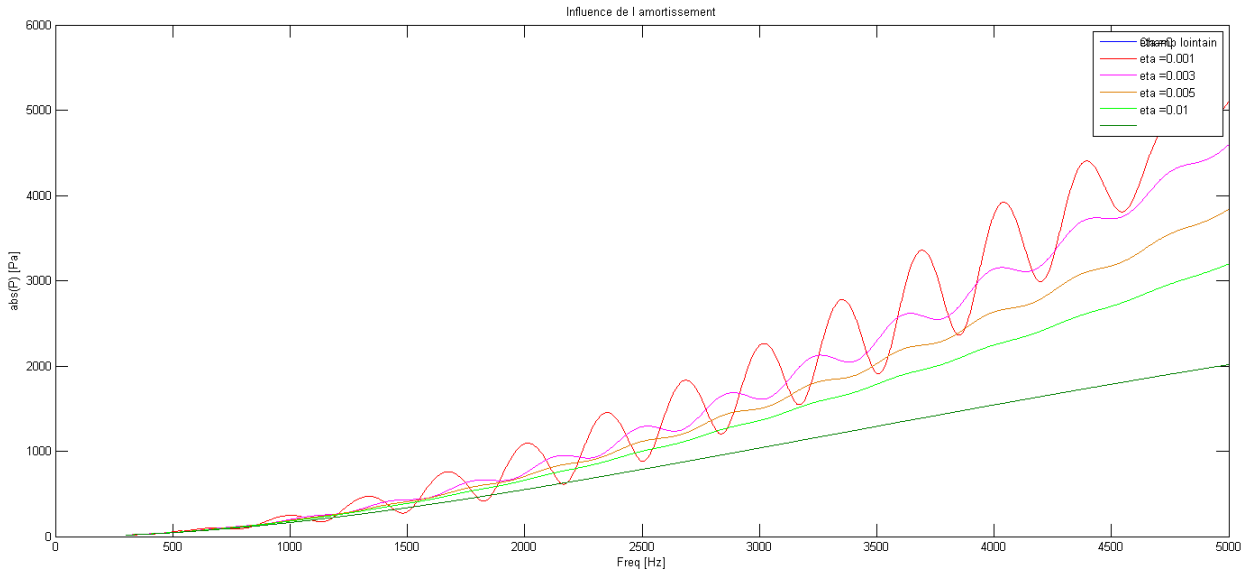


FIGURE 3.4 – Influence de l'amortissement pour le calcul de la pression rayonnée

On peut remarquer deux influences majeures de l'amortissement sur la figure 3.4. Premièrement, un amortissement important contribue à diminuer la valeur moyenne de la pression, d'autant plus en hautes fréquences. De plus, l'amortissement a tendance à "lisser" la courbe en atténuant les oscillations autour de la valeur moyenne de la pression. Il conviendra alors de ne pas choisir un amortissement trop fort,  $\eta = 0.001$  est un bon compromis.

Enfin, le dernier paramètre important en regard de l'approximation numérique est la discrétisation du domaine des nombres d'onde. Le calcul de la pression rayonnée 3.18 fait intervenir  $k_x$  et  $k_y$  dans des fonctions périodiques. Ici, nous faisons varier les valeurs de  $\Delta k_x$  et  $\Delta k_y$ . Le choix de ces paramètres

est déterminé par la valeur de  $\gamma$  tel que :

$$\begin{aligned}\Delta k_y &= \frac{\pi}{\gamma b} \\ \Delta k_x &= \frac{\pi}{\gamma a}\end{aligned}\tag{3.25}$$

La figure 3.5 montre la pression rayonnée pour 3 valeurs du paramètre  $\gamma$ . On voit bien que ce paramètre a une importance capitale sur la convergence des résultats. La valeur de  $\gamma = 10$  montre des fluctuations très importantes et un niveau moyen plus important. Plus  $\gamma$  augmente et plus ces fluctuations sont atténuées. Afin de faire un compromis entre précision et temps de calcul, nous considérons que le choix  $\gamma = 40$  est suffisant. Néanmoins, nous pouvons remarquer que la précision en basse fréquence laisse encore à désirer. Afin d'assurer une convergence même en basse fréquence, un critère complémentaire dépendant de la fréquence d'étude peut être imposé. Nous introduisons alors le test suivant pour fixer la valeur des  $\Delta k$  :

$$\Delta k_x = \min\left(\frac{2\pi}{40a}, \frac{k}{100}\right)\tag{3.26}$$

Ce test nous permet d'améliorer considérablement les résultats comme nous le montre la figure 3.6. On note que les fluctuations sont très atténuées même en basse fréquence.

### 3.3.3 Comparaison de la pression rayonnée

Une fois que l'influence des paramètres numériques a été quantifiée, nous pouvons comparer les résultats obtenus grâce à la formulation en champ lointain et ceux obtenus avec le code de calcul. Les paramètres de l'étude sont les suivants :

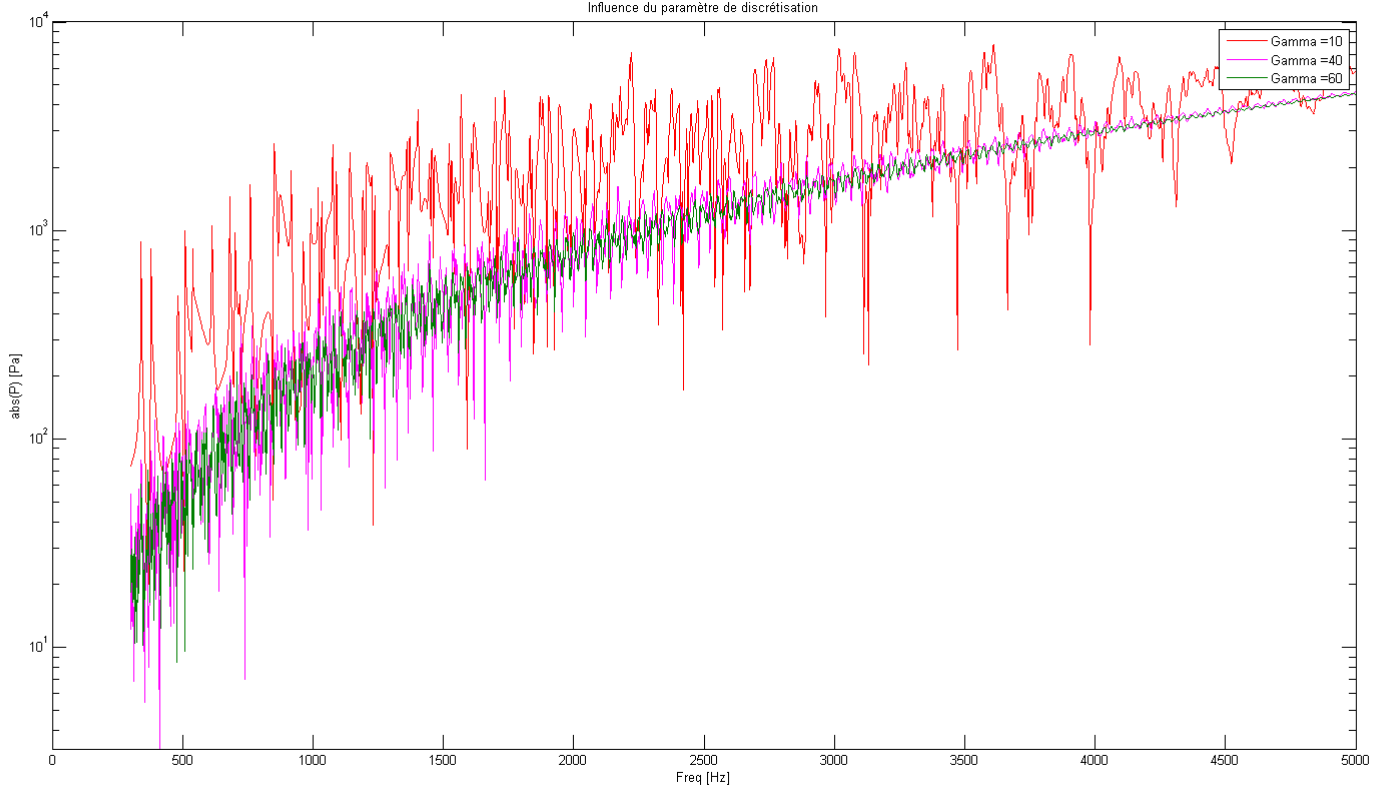


FIGURE 3.5 – Influence de la discrétisation sur les nombres d’onde pour le calcul de la pression rayonnée

$$a = 0.05 \text{ m}$$

$$b = 0.1 \text{ m}$$

$$\eta = 0.001$$

$$\alpha = 2$$

$$\Delta k_x = \min\left(\frac{2\pi}{10a}, \frac{k}{100}\right) \quad (3.27)$$

$$\Delta k_y = \min\left(\frac{2\pi}{10b}, \frac{k}{100}\right)$$

$$R = 0.5 \text{ m}$$

$$\theta = 0$$

Le calcul de la pression rayonnée est effectué. Les deux résultats sont compa-

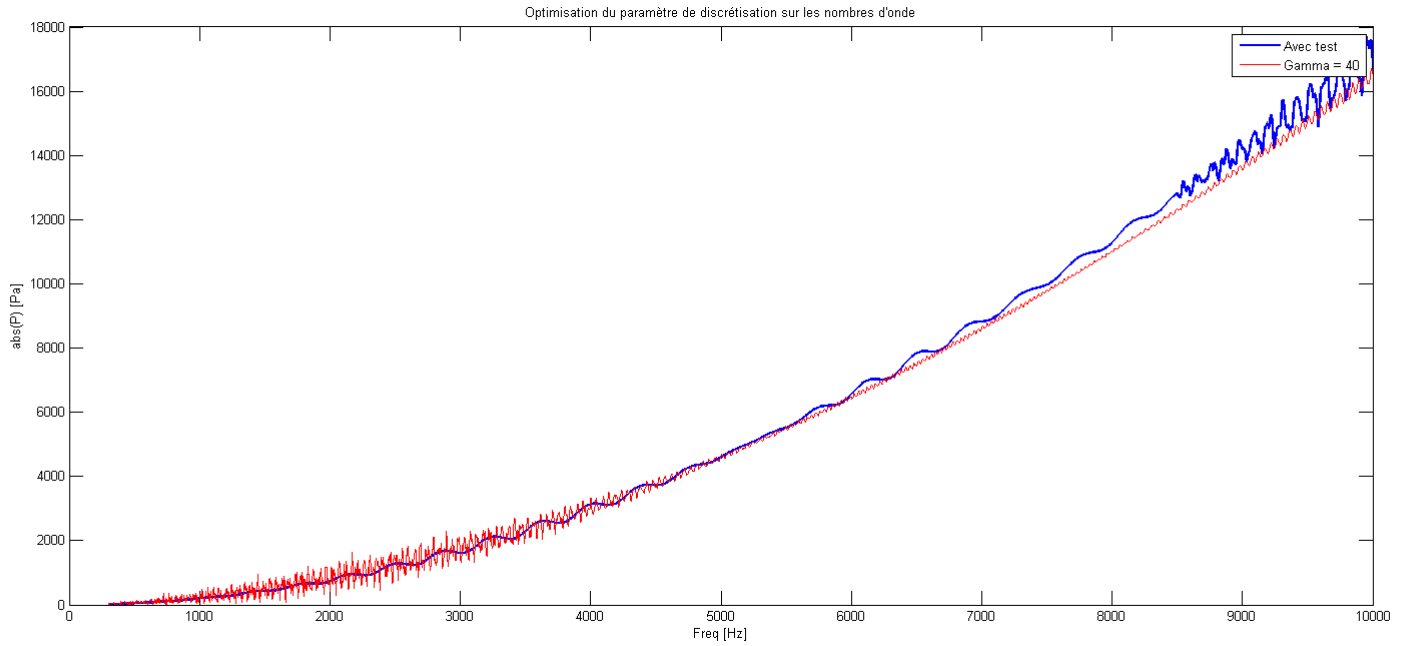


FIGURE 3.6 – Optimisation du paramètre de discrétisation sur les nombres d’onde pour le calcul de la pression rayonnée

rés dans la figure 3.7. De plus, les directivités obtenues par les deux calculs peuvent être comparées. La figure 3.8 nous permet de voir que les lobes de directivité sont bien respecté dans notre code de calcul.

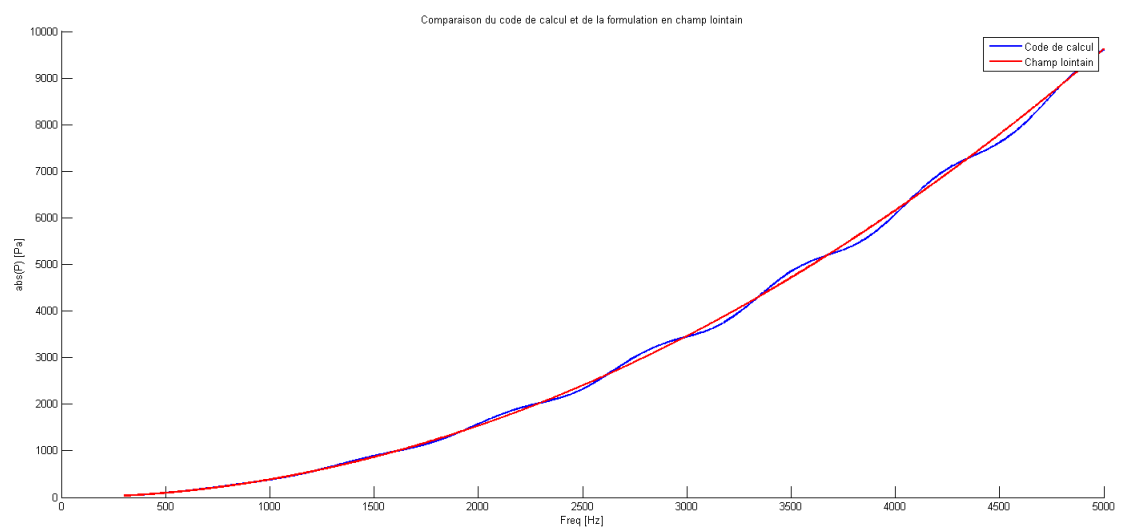


FIGURE 3.7 – Comparaison de la pression rayonnée : code de calcul en bleu et formulation en champ lointain en rouge.

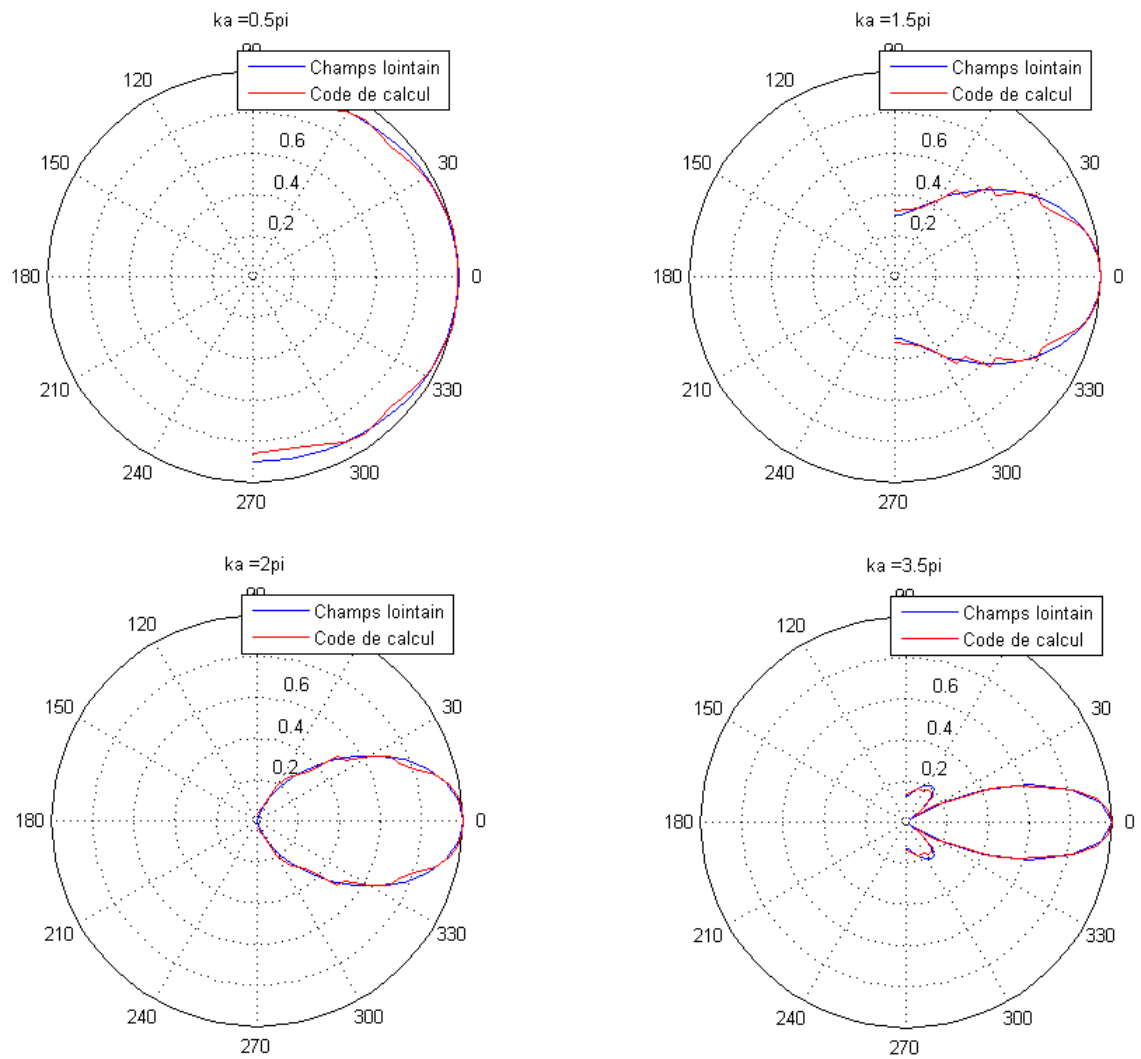


FIGURE 3.8 – Comparaison des directivités obtenues pour différentes fréquences.

# Chapitre 4

## Plaque mince finie et bafflée

Ce chapitre a pour but d'expliciter la théorie sur laquelle s'appuie le calcul de rayonnement acoustique des plaques de dimensions finies [13] [3] qui sera élaboré dans le programme. Ce sujet est récurrent dans le domaine de la vibro-acoustique non seulement du fait de l'omniprésence des plaques dans l'industrie mais aussi parce qu'elles servent de base pour bâtir des modèles plus complexes.

Dans notre étude, nous nous limiterons au cas d'une plaque mince non couplée. En effet, les benchmarks que nous mettons en place seront comparés à des méthodes d'identification applicables dans l'air. L'hypothèse du fluide léger est donc adoptée : seuls les modes propres de structures *in vacuo* sont considérés (pas de couplage intermodal).

### 4.1 Pose du problème

Le problème de rayonnement considéré met en jeu une plaque de dimension  $L_x \times L_y$ , d'épaisseur  $h$ , appuyée sur ses bords et excitée au point de coordonnées  $(x_0, y_0)$ . L'effort excitateur harmonique de pulsation  $\omega$  a pour norme  $F_0$  et est orienté suivant  $-\vec{z}$ .

La première étape concerne uniquement le comportement vibratoire de la structure. Elle consiste à déterminer le champ de déplacement des points de la plaque à partir de l'équation du mouvement. Ces déplacements seront ensuite utilisés pour calculer le champ de pression rayonné dans l'espace infini grâce à une formulation intégrale.

L'équation du mouvement ici considérée est l'équation de flexion des plaques.

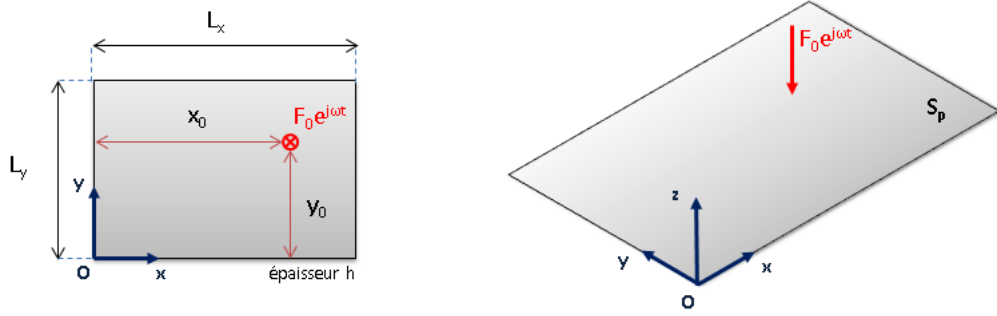


FIGURE 4.1 – Schéma de la plaque considérée

Nous nous plaçons dans le cas des plaques minces (théorie de Kirchhoff-Love) ce qui implique de négliger le cisaillement transversal et la variation de l'épaisseur durant le mouvement. Cette condition est vraie pour des longueurs d'ondes grandes devant l'épaisseur. Le critère suivant peut être utilisé.

En appelant  $w(x, y, t)$  le déplacement de la plaque dans la direction  $z$  l'équation du mouvement des plaques en flexion pure est de la forme :

$$\left( \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \right) \left( \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) w(x, y, t) + \rho h \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = F(x, y, t) \quad (4.1)$$

En introduisant la rigidité de flexion  $D$ , la masse surfacique  $M$  et l'opérateur de dérivation  $\nabla^4$  l'équation 4.1 devient :

$$D \nabla^4 w(x, y, t) + M \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = F(x, y, t) \quad (4.2)$$

De plus, en considérant que  $\frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = -\omega^2 w(x, y, t)$  on a finalement :

$$D \nabla^4 w(x, y, t) - \omega^2 M w(x, y, t) = F(x, y, t) \quad (4.3)$$

Les conditions aux limites considérées imposent des déplacements normaux et des moments de flexion nuls sur les bords.  $M_x$  et  $M_y$  étant les moments de flexion respectivement suivant  $x$  et  $y$ , les conditions aux limites se traduisent par les équations suivantes :

$$\begin{cases} w(x, y, t) = 0 \\ M_x = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \\ M_y = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \end{cases} \quad x \in [0, L_x] \text{ et } y \in [0, L_y] \quad (4.4)$$



## 4.2 Résolution de l'équation du mouvement

Le but est ici de trouver une solution analytique qui satisfasse l'équation du mouvement. En vibration, il est classique de décomposer cette solution sur la base des modes propres de structure. Cela traduit le fait que chaque mode vient apporter une contribution plus ou moins importante à la vibration. La séparation des variables temporelles et spatiales nous permet d'écrire le déplacement sous la forme :

$$w(x, y, t) = \bar{w}(x, y)e^{j\omega t} \quad (4.5)$$

La décomposition sur la base modale nous permet d'écrire :

$$\bar{w}(x, y) = \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} a_{nm}(\omega) \cdot \phi_{nm}(x, y) \quad (4.6)$$

où  $a_{nm}$  et  $\phi_{nm}$  sont respectivement le coefficient et la déformée propre du mode  $(n, m)$ ,  $n$  et  $m$  étant des entiers naturels. Alors que les coefficients  $a_{nm}$  dépendent principalement de la pulsation et de la position de l'effort, les déformées propres dépendent quant à elles de la géométrie de la structure considérée et des conditions aux limites. Les  $\phi_{nm}$  sont les solutions de l'équation du mouvement sans second membre (équation homogène). Pour une plaque appuyée sur ses bords, la déformée propre du mode  $(n, m)$  est donnée par :

$$\phi_{nm}(x, y) = \sin\left(\frac{n\pi}{L_x}x\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{L_y}y\right) \quad (4.7)$$

La démonstration pourra être retrouvée dans la littérature. Ainsi on peut écrire l'équation du mouvement homogène pour le mode  $(n, m)$

$$D\nabla^4\phi_{nm}(x, y) = \omega_{nm}^2 M\phi_{nm}(x, y) \quad (4.8)$$

Cette équation nous permet de trouver les pulsations propres  $\omega_{nm}$  et les nombres d'onde mécanique modal  $k_{nm}$

$$\begin{cases} \omega_{nm} = \sqrt{\frac{D}{M}} \cdot k_{nm}^2 \\ k_{nm} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{L_y}\right)^2} \end{cases} \quad (4.9)$$

L'étape suivante est de considérer le second membre de l'équation du mouvement qui caractérise l'effort appliqué. Nous sommes dans le cas d'un effort ponctuel harmonique appliqué au point de coordonnées  $(x_0, y_0)$ . Encore

une fois, la séparation des variables de temps et d'espace nous permet d'écrire l'effort sous la forme

$$F(x, y, t) = F_0 \cdot \delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0) \cdot e^{-j\omega t} \quad (4.10)$$

Avec  $\delta$  étant le Dirac. L'effort peut être lui aussi décomposé sur la base modale pour exprimer sa contribution sur chaque mode.

$$F_{nm} = F_0 \cdot \sin\left(\frac{n\pi x_0}{L_x}\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi y_0}{L_y}\right) \cdot e^{-j\omega t} \quad (4.11)$$

En injectant dans l'équation du mouvement les équations posées et en utilisant la propriété d'orthogonalité des modes propres, nous arrivons finalement à l'expression du déplacement suivante :

$$\bar{w}(x, y) = \frac{4j\omega}{ML_xL_y} \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{F_{nm} \cdot \phi_{nm}(x, y)}{\omega_{nm}^2 - \omega^2 + j\eta_{nm}\omega_{nm}\omega} \quad (4.12)$$

$\eta_{nm}$  étant le coefficient d'amortissement du mode (n,m), il sera par la suite considéré qu'il est le même pour tous les modes.

### 4.3 Rayonnement de la plaque par formulation intégrale

Le problème de rayonnement d'une plaque peut se révéler complexe dans la mesure où une solution analytique de la pression rayonnée n'existe pas. Une approximation en champ lointain peut tout de même être trouvée en utilisant la transformée de Fourier spatiale 2D sur les nombres d'onde de la plaque. Celle-ci ne conviendrait pas à notre cas puisque nous souhaitons connaître le champs de pression rayonné dans tout l'espace.

La méthode ici utilisée est une résolution par formulation intégrale. Elle nous permettra de connaître la pression rayonnée en tout point  $M_0$  de l'espace. Cette méthode consiste à discrétiser la surface vibrante en surfaces élémentaires. La pression totale rayonnée sera alors la somme des contributions de chaque surface vibrante.

La pression rayonnée satisfait l'équation d'Helmholtz :

$$\Delta p(M) + k^2 p(M) = 0 \quad \text{avec } M \in V_e \quad (4.13)$$

La résolution du problème externe par équation intégrale fait intervenir la fonction de Green  $G(M, M_0)$ . Cette fonction joue le rôle de fonction esclave et peut être quelconque tant qu'elle respecte les conditions de Sommerfeld et l'équation d'Helmholtz

$$\Delta G(M_0, M) + k^2 G(M_0, M) = \delta(M_0 - M) \quad (4.14)$$

La seconde formulation de Green s'écrit :

$$\begin{aligned} \int_{V_e} [G(M_0, M) \Delta p(M) - p(M) \Delta G(M_0, M)] dV_e \\ = \int_{S_p} [G(M_0, M) \frac{\partial p(M)}{\partial n} - p(M) \frac{\partial G(M_0, M)}{\partial n}] dS_p \end{aligned} \quad (4.15)$$

$\vec{n}$  étant la normale extérieure à la surface considérée. La formulation intégrale est obtenue à partir d'une combinaison des équations précédentes. L'équation 4.13 est multipliée par  $G(M_0, M)$  et l'équation 4.14 par  $p(M)$ .

$$\int_{V_e} [G(M_0, M) \Delta p(M) - p(M) \Delta G(M_0, M)] dV_e = \int_{V_e} p(M) \delta(M - 0 - M) dV_e \quad (4.16)$$

Cette formule nous permet d'isoler le terme de la pression en  $M_0$  car

$$\int_{V_e} p(M) \delta(M_0 - M) dV_e = p(M_0)$$

On retrouve alors un terme commun avec l'équation 4.15 ce qui permet de les égaliser et d'obtenir la forme générale de la formulation intégrale :

$$p(M_0) = \int_{S_p} [G(M_0, M) \frac{\partial p(M)}{\partial n} - p(M) \frac{\partial G(M_0, M)}{\partial n}] dS_p \quad \text{avec } M \in V_e \quad (4.17)$$

Nous pouvons remarquer que cette equation est une forme implicite puisque le calcul de la pression au point  $M_0 \in V_e$  nécessite de connaître la pression au point  $M \in S_p$ . Une manière d'obtenir une relation explicite de la pression rayonnée consiste à imposer la condition de Neumann à  $G(M_0, M)$  sur la surface vibrante.

$$\frac{\partial G(M_0, M)}{\partial n} = 0 \quad \text{avec } M \in S_p \quad (4.18)$$

La surface vibrante est ici un plan. Cela permet de considérer l'approximation de potentiel simple couche pour la fonction de Green. La méthode des sources images nous permet donc de faire intervenir l'intégrale de Rayleigh 4.20.

$$G(M_0, M) = \frac{1}{2\pi} \frac{e^{jk(M_0 - M)}}{(M_0 - M)} \quad (4.19)$$

$$p(M_0) = \int_{S_p} \frac{\partial p(M)}{\partial n} G(M_0, M) dS_p \quad (4.20)$$

Pour finir, en remarquant que

$$\frac{\partial p(M)}{\partial n} = \rho_0 \omega^2 \bar{w}(M)$$

on obtient la formulation intégrale suivante

$$p(M_0) = \int_{S_p} \rho_0 \omega^2 \bar{w}(M) G(M_0, M) dS_p \quad (4.21)$$

Ainsi la pression rayonnée au point  $M_0 \in V_e$  est directement reliée à la vibration de la plaque au point  $M$  (variable d'intégration). La connaissance du champ de déplacement en tout point de la plaque nous permettra de connaître le champ de pression dans le volume externe. L'intérêt du calcul numérique est de pouvoir calculer l'intégrale de surface qui n'a ici pas de solution analytique (voir figure 4.2). La discrétisation de la surface vibrante en surfaces élémentaires nous permet de transformer l'intégrale de surface en somme. Dans le cas de notre plaque, la surface vibrante est discrétisée en pavés de dimension  $D_x \times D_y$ . Le point  $M$  du pavé considéré se trouve en son centre.

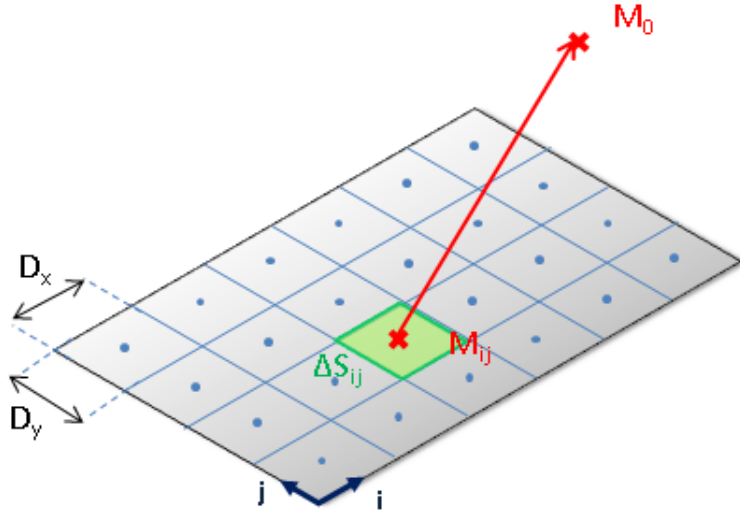


FIGURE 4.2 – Plaque discrétisée : point  $M_{ij}$  variable, point  $M_0$  point d'écoute.

$$p(M_0) = \sum_{i,j} \rho_0 \omega^2 \bar{w}(M_{ij}) G(M_0, M_{ij}) \Delta S_{ij} \quad (4.22)$$

Chaque pavé est identifié par un couple d'indice  $(i, j)$ . Puisque notre plaque a une géométrie rectangulaire, nous choisissons des pavés de surface constante, cela nous permet de sortir le terme de surface élémentaire de la somme. En sortant les termes constants, nous obtenons la formule simplifiée :

$$p(M_0) = \rho_0 \omega^2 S_p \sum_{i,j} \bar{w}(M_{ij}) G(M_0, M_{ij}) \quad (4.23)$$

## 4.4 Calcul du vecteur vitesse des particules

La pression est une grandeur scalaire qui ne fait donc pas intervenir de calcul vectoriel. Il n'en est pas de même pour la vitesse des particules. En effet, le champ de vitesse comporte trois composantes correspondant aux dimensions de l'espace. Certaines méthodes d'identification nécessite la mesure de la vitesse des particules, il est donc important de pouvoir la calculer de manière correcte.

La mesure de la vitesse par un réseau de microphones reste pourtant une grandeur scalaire. Il s'agit en fait de la composante du vecteur vitesse suivant la normale à la surface décrite par le réseau de capteurs. Le programme mis en place devra donc offrir la possibilité d'obtenir la composante de la vitesse suivant une normale  $\vec{n}$  à la surface de mesure considérée. Les calculs suivants ont pour but d'explicitier la manière dont cette composante est calculée.

Le vecteur vitesse au point  $M_0$  suivant la normale  $\vec{n}$  a pour expression :

$$\begin{aligned} \vec{v}_n(M_0) &= \frac{j}{\rho_0 \omega} \frac{\partial p}{\partial n}(M_0) \vec{n} \\ \text{avec } \vec{n} &= \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Afin de le calculer, il faut exprimer la dérivée de la pression par rapport à  $n$ . Pour cela, nous repartons de la formulation intégrale 4.23.

$$\frac{\partial p}{\partial n}(M_0) = \frac{\partial}{\partial n} \left( \rho_0 \omega^2 S_p \sum_{i,j} \bar{w}(M_{ij}) G(M_0, M_{ij}) \right)$$

Le terme  $\bar{w}(M_{ij})$  est constant sur toute la surface élémentaire ce qui nous donne l'expression de la dérivée de la pression par rapport à  $\vec{n}$  suivante :

$$\frac{\partial p}{\partial n}(M_0) = \rho_0 \omega^2 S_p \sum_{i,j} \bar{w}(M_{ij}) \frac{\partial G(M_0, M_{ij})}{\partial n} \quad (4.25)$$

Ainsi seule la dérivée de la fonction de Green a besoin d'être calculée. En considérant que  $M_0$  a pour coordonnées  $(x_0, y_0, z_0)$  et  $M(x, y, z)$  et en posant  $r = |M_0 - M|$  on peut écrire la fonction  $G(M_0, M)$  sous la forme :

$$\begin{cases} G(r) = \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \\ r = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + z_0^2} \end{cases} \quad (4.26)$$

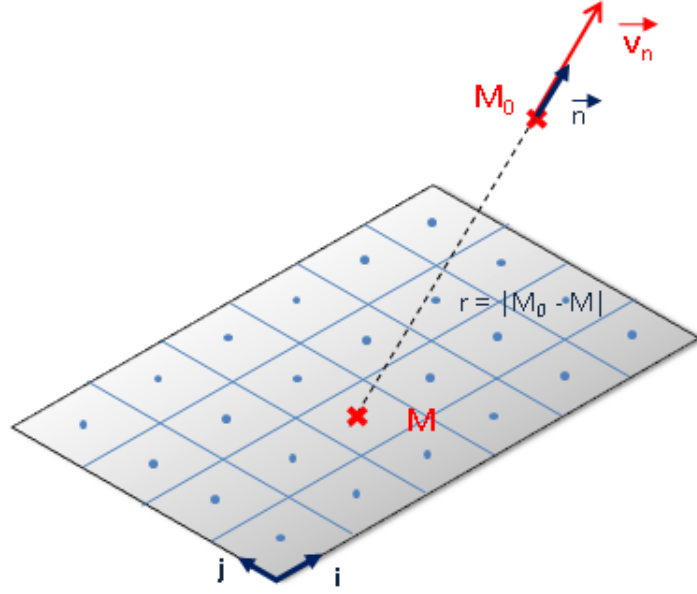


FIGURE 4.3 – Illustration du vecteur vitesse suivant  $\vec{n}$  : point  $M$  variable, point  $M_0$  point d'écoute.

On peut écrire la dérivée de la fonction de Green par rapport à  $\vec{n}$  de la manière suivante :

$$\frac{\partial G(r)}{\partial n} = \frac{\partial G(r)}{\partial x_0} n_x + \frac{\partial G(r)}{\partial y_0} n_y + \frac{\partial G(r)}{\partial z_0} n_z \quad (4.27)$$

De plus, la composition des dérivations nous permet d'écrire :

$$\frac{\partial G(r)}{\partial \bullet} = \frac{\partial G(r)}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \bullet} \quad (4.28)$$

Avec  $\bullet$  la variable de dérivation considérée. On obtient donc une nouvelle expression de l'équation de 4.27.

$$\frac{\partial G(r)}{\partial n} = \frac{\partial G(r)}{\partial r} \left( \frac{\partial r}{\partial x_0} n_x + \frac{\partial r}{\partial y_0} n_y + \frac{\partial r}{\partial z_0} n_z \right) \quad (4.29)$$

Une fois les calculs effectués, nous arrivons à l'expression finale de la dérivée  $G(r)$  par rapport à  $\vec{n}$

$$\frac{\partial G(r)}{\partial n} =: \frac{-e^{-jkr}}{2\pi r^2} \left( jk + \frac{1}{r} \right) ((x_0 - x)n_x + (y_0 - y)n_y + z_0 n_z) \quad (4.30)$$

Pour obtenir le vecteur vitesse dans les trois directions de l'espace, il suffit de prendre  $\vec{n}$  successivement égal à  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ , et  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

On obtient de cette façon l'expression de  $\vec{v}_n = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} v_x = -jS\omega \sum_{i,j} \bar{w}(M_{ij}) \frac{-e^{-jkr}}{2\pi r^2} \left( jk + \frac{1}{r} \right) (x_0 - x) \\ v_y = -jS\omega \sum_{i,j} \bar{w}(M_{ij}) \frac{-e^{-jkr}}{2\pi r^2} \left( jk + \frac{1}{r} \right) (y_0 - y) \\ v_z = -jS\omega \sum_{i,j} \bar{w}(M_{ij}) \frac{-e^{-jkr}}{2\pi r^2} \left( jk + \frac{1}{r} \right) z_0 \end{cases} \quad (4.31)$$

## 4.5 Grandeurs de références

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés aux grandeurs calculées dans le volume à l'exception du champ de déplacement des points de la plaque. La finalité d'une méthode inverse est de reconstituer le champ de pression ou de vitesse à la surface de la source. Les grandeurs calculées jusque là sont des données de mesure et donc des données d'entrées pour les méthodes inverses. Ce qui nous intéresse ici est de pouvoir comparer les résultats de ces méthodes à un modèle analytique. Il est donc fondamental de fournir à l'utilisateur les données de références qu'il pourra comparer aux résultats obtenus avec sa méthode. Les grandeurs de références fournies par le programme sont :

- le champ de pression pariétale
- le champ de vitesse pariétale
- la vitesse quadratique moyenne
- l'intensité active et réactive
- la puissance rayonnée
- le coefficient de rayonnement

### 4.5.1 Pression pariétale

Le champ de pression sur la surface de la plaque est calculé grâce à la formulation intégrale 4.23 vue précédemment. Contrairement au calcul de la pression rayonnée dans le volume externe, le calcul de la pression pariétale fait apparaître des singularités dans la formulation intégrale. En effet, ici le point  $M_0$  appartient à la surface vibrante  $S_p$  ce qui implique qu'il sera parfois confondu avec le point  $M$ . Dans ce cas,  $r$  prend une valeur nulle et la pression tend vers l'infini. Une régularisation de la formulation intégrale est donc nécessaire, aucune démonstration n'est effectuée ici.

$$P_p(M_0) = \rho_0 \omega^2 S_p \sum_{i,j} \bar{w}(M_{ij}) \beta(M_{ij}, M_0) \quad (4.32)$$

$$\beta(M_{ij}, M_0) = \begin{cases} G(M_0, M_{ij}) & \text{pour } M \neq M_0 \\ \frac{j}{2k} (e^{-jka} - 1) & \text{pour } M = M_0 \end{cases}$$

### 4.5.2 Vitesses

La vitesse transmise aux particules fluides par la vibration d'une structure est strictement normale à la surface vibrante. De plus, pour que la continuité des vitesses soit satisfaite, la vitesse des particules doit être égale à la vitesse de vibration de la structure. Ainsi nous pouvons retrouver la vitesse pariétale à partir du champ de vitesse de la plaque qui lui même est issu de la dérivé du champ de déplacement préalablement calculée. Ainsi la vitesse pariétale s'exprime :

$$v_p(x, y, t) = \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial t} = -j\omega w(x, y, t) \quad (4.33)$$

La vitesse quadratique moyenne est calculée grâce à la vitesse pariétale. Son expression analytique est donnée par l'équation suivante

$$\langle V^2 \rangle = \frac{1}{S_p} \int_{S_p} |V_p(M)|^2 dS_p \quad \text{avec } M \in S_p \quad (4.34)$$

Une fois de plus, le calcul numérique nous donne une forme discrétisée de l'expression analytique précédente.

$$\langle V^2 \rangle = \frac{1}{S_p} \sum_{i,j} |V_p(M_{ij})|^2 \Delta S_p \quad (4.35)$$

### 4.5.3 Intensités et puissance

L'intensité et la puissance sont des grandeurs de référence qui sont utiles pour la comparaison de méthodes inverses. L'intensité en un point suivant la



normale  $n$  est calculée à partir de la formule

$$I_n = \frac{1}{2} v_n \cdot p^* \quad (4.36)$$

On identifie par la suite l'intensité active et réactive :

$$\begin{aligned} I_{act} &= \Re\{I_n\} \\ I_{reac} &= \Im\{I_n\} \end{aligned} \quad (4.37)$$

La puissance est directement issue de l'intensité active :

$$W = \int_S I_{act} \cdot dS \quad (4.38)$$

#### 4.5.4 Coefficient de rayonnement

Le dernier paramètre de référence important est le coefficient de rayonnement de la structure. Ce dernier permettra de faire la différence entre le domaine rayonnant et non rayonnant de la structure. La définition de ce paramètre est :

$$\sigma = \frac{W}{\rho_0 c S < V^2 >} \quad (4.39)$$

### 4.6 Validation du code de calcul

Dans ce chapitre nous allons traiter la validation du programme MATLAB. Pour cela, un modèle numérique est mis en place. Le rayonnement d'une plaque excitée par un effort ponctuel est modélisé par éléments finis. Cela permettra de valider le programme, notamment en comparant les résultats qu'il fournit et ceux obtenus par le logiciel d'éléments finis. Les grandeurs qui pourront être comparées sont :

- le champ de déplacement
- la pression et vitesse pariétale
- la pression rayonnée
- le vecteur vitesse des particules
- l'intensité
- la puissance
- le coefficient de rayonnement

Une fois ces grandeurs comparées, nous pourrions conclure quant à la validité des benchmarks proposés par le programme.

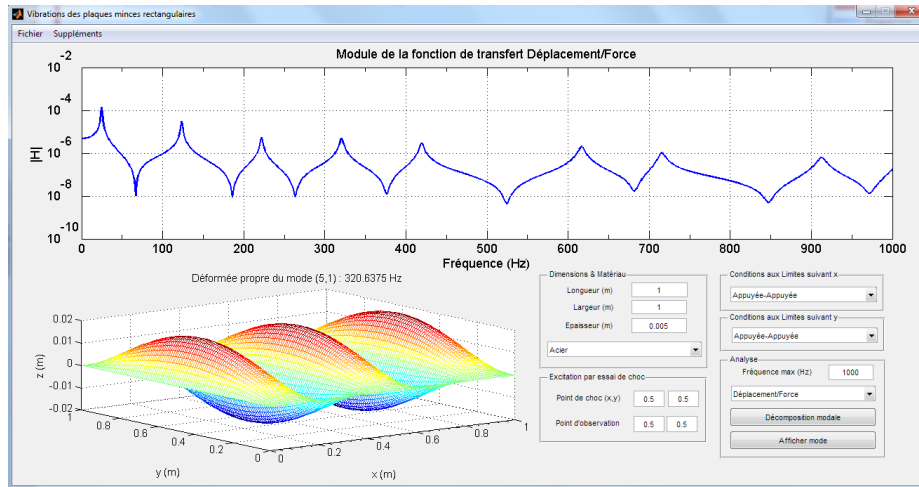


FIGURE 4.4 – Programme LVA : visualisation des modes de structures d’une plaque  $1 \times 1 \times 0.005$

#### 4.6.1 Validation des modes de structure

Une étape de validation préliminaire a été effectuée. Un programme proposé en téléchargement sur le site du LVA [9] permet de visualiser les modes de vibrations d’une plaque rectangulaire appuyée sur ses bords. Ce programme nous permet de voir si le calcul des modes de structures s’effectue correctement.

Nous pouvons visualiser la fonction de transfert entre le déplacement du point d’observation et la force imposée. Une comparaison a été effectuée entre les résultats donnés par le programme du LVA et le code de calcul proposé pour différents points d’observation. Comme nous le voyons sur la figure 4.5, le programme proposé donne des résultats très satisfaisants. Nous pouvons conclure que les modes de structure sont calculés correctement.

#### 4.6.2 Calcul éléments finis

La méthode de validation choisie concernant la partie vibratoire et acoustique est bâtie sur un modèle éléments finis. Cela nous permettra d’obtenir toutes les grandeurs nécessaires à la validation de notre code de calcul. Nous pourrions les visualiser non seulement en un point de l’espace mais aussi sous forme de cartographie.

Le calcul par éléments finis requiert plusieurs étapes faisant appel à des

logiciels différents. Dans un premier temps, le maillage doit être fabriqué. On utilise pour cela le logiciel HYPERMESH. Une fois le modèle établi, les calculs vibratoires sont effectués avec le solveur NASTRAN. Pour finir, le logiciel ACTRAN nous permettra de réaliser le calcul de rayonnement acoustique à partir des données obtenues avec le calcul vibratoire.

### Construction du maillage

Tout d'abord, il s'agit de choisir les caractéristiques de l'expérience à réaliser. Les paramètres choisis sont les suivants :

	$L_x$ (m)	$L_y$ (m)	$h$ (m)
Dimensions	0.5	0.4	0.002
	$E$ (Pa)	$\nu$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
Matériau	2.1e11	0.3	7280
	$c$ (m/s)	$\rho_0$ (kg/m <sup>3</sup> )	
air	340	1.225	

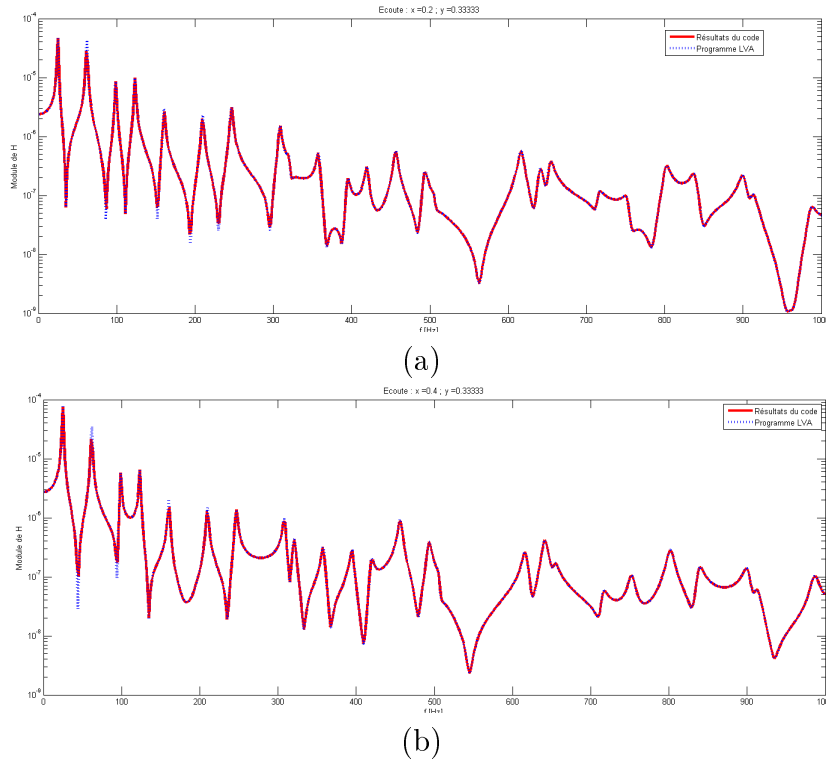


FIGURE 4.5 – Comparaison des modes de structure entre le programme LVA et le code de calcul, fréquence en abscisse et fonction de transfert en ordonnées. (a) Point d'observation 1 (b) Point d'observation 2

Puisque la géométrie de la plaque est rectangulaire, il semble logique de choisir des éléments de maillage quadrangulaires. Pour respecter l'hypothèse de plaque mince, nous utilisons des éléments de type coque (*Pshell*). La question est de savoir quelle taille prendre pour ces éléments. Pour des éléments linéaires, le critère de discrétisation est basé sur la longueur d'onde minimale des ondes de flexion dans une plaque mince  $\lambda_s^{min}$ . En appelant  $\Delta l$  la taille des éléments, le critère à respecter est :

$$\Delta l < \frac{\lambda_s^{min}}{6} \quad (4.40)$$

Ce critère peut aussi être exprimé à partir de la vitesse des ondes de flexion dans la structure  $c_f(f)$ .

$$\Delta l < \frac{c_f(f)}{6f_{max}} \quad (4.41)$$

$$\text{avec } c_f(f) = \sqrt{2\pi f^4 \frac{D}{\rho h}} \quad (4.42)$$

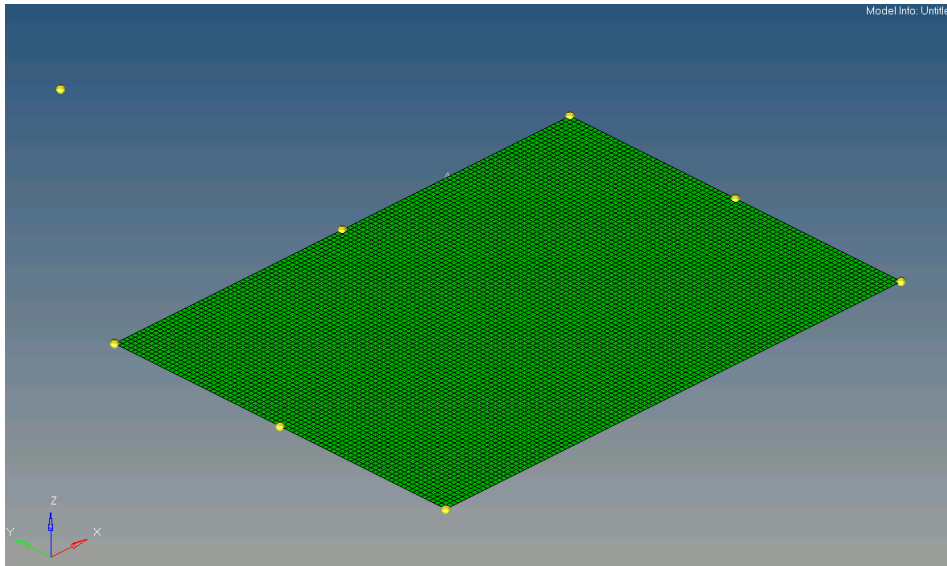


FIGURE 4.6 – Vue du maillage de la plaque avec des éléments de 0.5cm de côté

Nous souhaitons effectuer notre étude vibratoire sur la plage de fréquence  $[0, 2500]$  Hz. Ainsi en prenant  $f_{max} = 2500$  Hz nous obtenons les résultats

suivants :

$$c_f(f) = 351.1725 \text{ m/s}$$
$$\Delta l < 0.0234 \text{ m}$$

Les éléments doivent être inférieurs à 2.34 cm. Le maillage alors créé est suffisant pour mener une étude vibratoire mais pas une étude acoustique. Le logiciel ACTRAN permet d'effectuer des calculs de rayonnement en champ libre en s'appuyant sur des éléments finis et infinis. On définit alors quatre nouveaux domaines :

- le volume acoustique (air)
- la surface d'éléments infinis
- la surface de couplage
- le baffle

Les éléments du volume acoustique représentent le milieu de propagation des ondes acoustiques qui est dans notre cas de l'air. Il s'agit d'éléments volumiques de type tétraédriques. Le volume doit définir une ellipsoïde entourant la source. Pour être en condition de champ libre, il faut respecter les conditions de Sommerfeld qui imposent l'absence d'onde réfléchie. Dans la théorie, il faudrait créer un volume infini ce qui n'est évidemment pas faisable dans la pratique. La surface d'éléments infinis est là pour contourner ce problème. Cette surface marque la fin du volume acoustique et donc le commencement du domaine infini en simulant une condition de non réflexion. Ces éléments sont de types triangulaires de façon à coïncider avec les éléments du volume acoustique.

La surface de couplage a pour but de faire le lien entre le calcul vibratoire et le volume acoustique. Elle doit contenir la surface vibrante, dans notre cas la plaque. On pourrait penser qu'il suffit de reprendre le maillage de la plaque utilisé pour le calcul vibratoire. Malheureusement ses éléments quadrangulaires ne pourront pas coïncider avec les éléments tétraédriques du volume acoustique. Il est donc nécessaire de créer un nouveau maillage. Il faut garder en tête que les données vibratoires calculées en chaque point du premier maillage de la plaque doivent être injectées dans le nouveau maillage. Pour faciliter la projection des données, il est préférable de déraffiner le maillage initial de la plaque de façon à conserver un maximum de points communs.

Pour finir, la surface du baffle doit être créée afin de "fermer" le volume acoustique. Cette surface fait le lien entre le maillage de la plaque et les

éléments infinis.

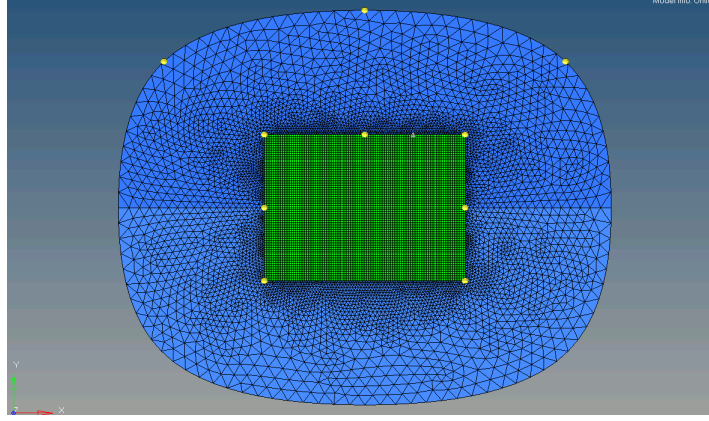


FIGURE 4.7 – Vue du maillage du baffle (bleu). On remarque que les éléments grossissent en allant vers les bords pour coïncider avec le maillage des éléments infinis

En ce qui concerne la taille des éléments, des critères basés sur la longueur d'onde acoustique peuvent être utilisés. Dans le cas d'un calcul numérique en acoustique, un critère supplémentaire cette fois-ci basé sur les basses fréquences apparaît. En effet, la distance minimale  $L$  entre la source et les éléments infinis détermine une fréquence d'étude minimale selon le critère suivant :

$$L_i > \frac{\lambda_{air}^{max}}{3} \quad (4.43)$$

Ainsi plus le volume acoustique est grand, plus l'étude peut être menée en basses fréquences. Néanmoins lorsque ce volume augmente, le nombre d'éléments augmente et par conséquent le temps de calcul sera plus long. Il faut trouver un compromis entre la fréquence minimale de l'étude et le temps de calcul. Nous avons choisi de mener notre étude acoustique à partir de 200 Hz, ce qui donne  $L_i > 0.56m$ .

Pour la taille des éléments infinis, nous pouvons utiliser le critère 4.40 en remplaçant la longueur de structure par la longueur d'onde acoustique. Afin de limiter le nombre d'éléments et ainsi le temps de calcul, nous limitons l'étude acoustique à 1500 Hz, ce qui donne une taille d'élément inférieure à 3.7 cm.

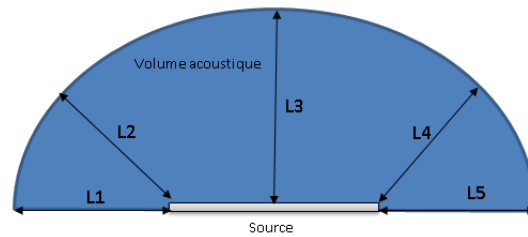


FIGURE 4.8 – Critère de maillage acoustique,  $L_i > 0.56$

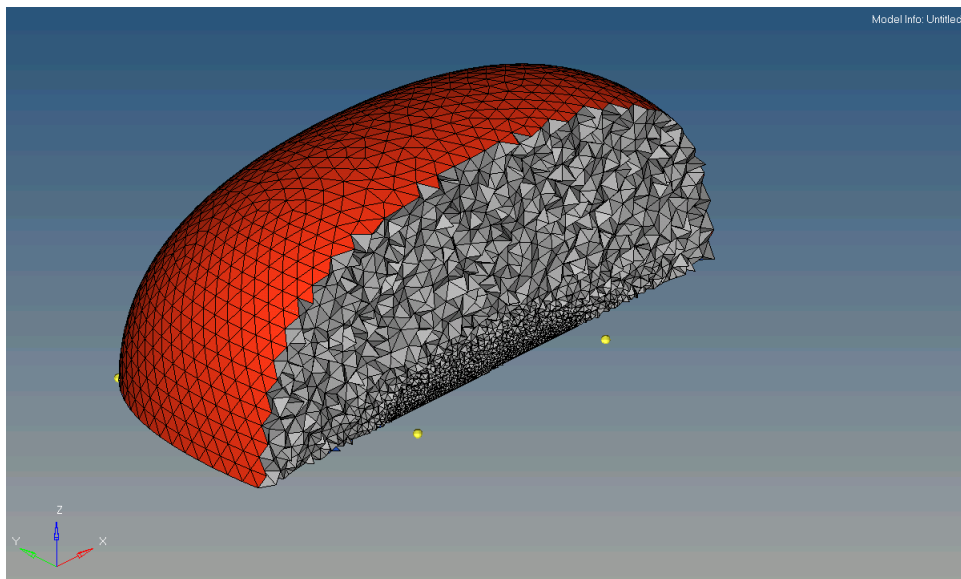


FIGURE 4.9 – Vue du maillage acoustique : volume acoustique (gris) et surface des éléments infinis (rouge)

### Calcul vibratoire

Comme nous l'avons vu précédemment, le calcul vibratoire n'implique que le maillage de la plaque. Il faut tout de même fournir d'autres informations au solveur NASTRAN pour mener à bien l'étude. Ces données sont écrites dans un fichier avec une mise en forme particulière permettant son interprétation par le solveur.

Ces fichiers peuvent être directement générés par HYPERMESH de façon intuitive. Une autre solution est d'éditer directement un fichier modèle. Cela implique néanmoins de connaître le langage et les fonctions utilisés par NASTRAN. En plus du maillage, le solveur a besoin de connaître d'autres paramètres fondamentaux :

- le type de solveur utilisé pour la résolution
- les conditions aux limites
- les caractéristiques de l'effort
- les fréquences d'études

Le solveur définit le type d'étude que l'on veut mener. Dans notre cas, nous allons utiliser le *solver 111* de NASTRAN qui effectue une analyse en réponse modale. Puisque nous nous intéressons à une plaque bafflée appuyée sur ses bords, les conditions aux limites fixées sur la périphérie du maillage imposent des translations nulles suivant les trois directions de l'espace. En ce qui concerne l'effort, il faut définir son point d'application (le nœud du maillage) et sa norme. Nous choisissons de manière arbitraire le nœud de coordonnées

$$\begin{cases} x_0 = 0.115 \\ y_0 = 0.09 \end{cases}$$

La norme de l'effort est prise égale à 1 Newton. Les paramètres de sorties sont aussi à définir, ici nous avons besoin de la vitesse pariétale de la structure afin de l'injecter dans le calcul acoustique.

Une fois que le fichier contient toutes les données, le calcul vibratoire peut être lancé.

## Calcul acoustique

La phase suivante concerne le calcul acoustique. Elle nous permettra de connaître toutes les grandeurs liées au rayonnement de la structure pour chaque point de l'espace.

ACTRAN se sert de *domaines* pour délimiter les différentes parties du maillage. Chaque domaine sera associé à une partie du maillage acoustique et aura ses propres propriétés. Les propriétés sont définies par des *components* : il pourra s'agir d'un fluide fini, d'une surface de couplage ou encore d'un fluide "infini".

Une fois les domaines et composants attribués aux différentes parties du maillage, l'analyse acoustique peut être définie. Il faut tout d'abord définir quel type de résolution sera effectuée. Dans notre cas, nous utilisons une résolution "réponse directe en fréquence" avec le solveur *Mumps*. Il faut ensuite préciser à ACTRAN que le calcul acoustique est effectué à partir de données



vibratoires et lui fournir le fichier de résultats en l'associant à la surface de couplage. Une fois encore, les données de sorties doivent être définies. Les principaux résultats qui nous intéressent sont la pression et la vitesse rayonnée. A partir de ces deux données nous pourrions calculer les autres grandeurs de références. Nous choisissons aussi d'obtenir la puissance rayonnée. Il faut définir sur quels domaines nous voulons obtenir ces résultats. Il est possible d'obtenir des cartographies d'ensemble sur les domaines définis. Néanmoins, ces cartographies nous donneront uniquement un aperçu visuel des résultats obtenus.

ACTRAN nous donne la possibilité de définir un ensemble de points pour lesquels nous obtiendrons les résultats dans un fichier à part (*.plt*). Nous définissons aussi un plan parallèle à la plaque sur lequel nous visualiserons les cartographies des champs de vitesse et de pression.

Afin de limiter le temps de calcul, nous décidons de réduire la plage de fréquence de calcul. Nous définissons l'étude de 200 Hz à 1500 Hz avec un pas de 2 Hz.

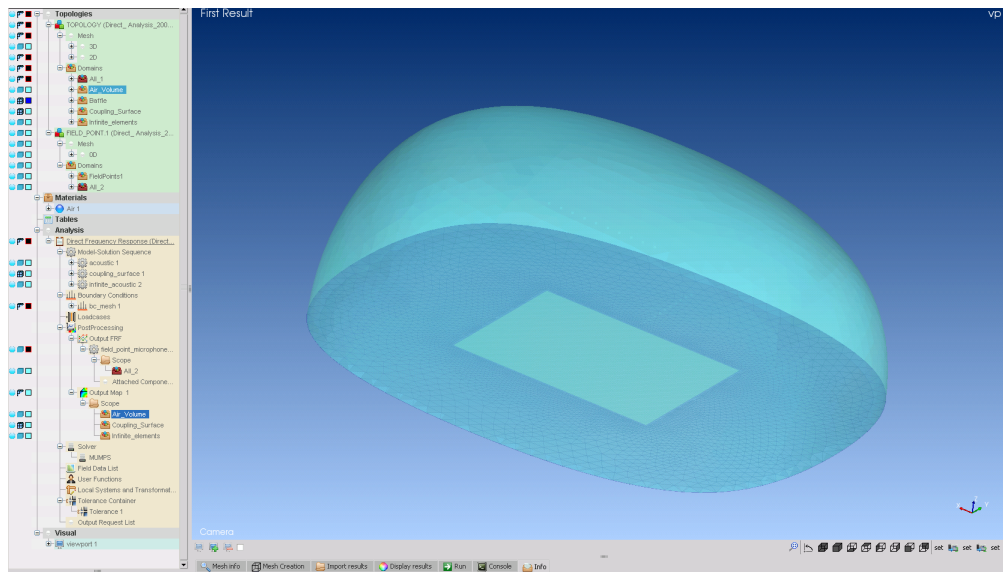


FIGURE 4.10 – Vue d'ensemble du programme ACTRAN

### 4.6.3 Comparaison avec le programme

Une fois les résultats obtenus, nous pouvons mener la même étude avec le code de calcul développé dans le cadre de ce master. Dans un premier

temps, nous allons comparer les résultats des calculs vibratoires obtenus par éléments finis et ceux obtenus par le calcul analytique effectué par notre programme. Nous comparerons ensuite les résultats acoustiques : d'abord les cartographies et ensuite les grandeurs en des points spécifiques du volume.

### Comparaison des résultats vibratoires

Nous voulons ici valider le champ de déplacement obtenu grâce à notre programme. Pour cela, nous recueillons les déplacements en un point de la plaque obtenus avec le calcul NASTRAN. Nous calculons ensuite les déplacements du même point de la plaque cette fois-ci avec notre code de calcul. La figure 4.11 nous donne le déplacement du noeud 8149 en fonction de la fréquence pour les deux méthodes de calcul. On peut remarquer que les deux méthodes donnent des résultats identiques en basse fréquence. En revanche, plus la fréquence d'étude augmente, plus les deux courbes se décalent. On note que malgré leur décalage, elles conservent les mêmes variations.

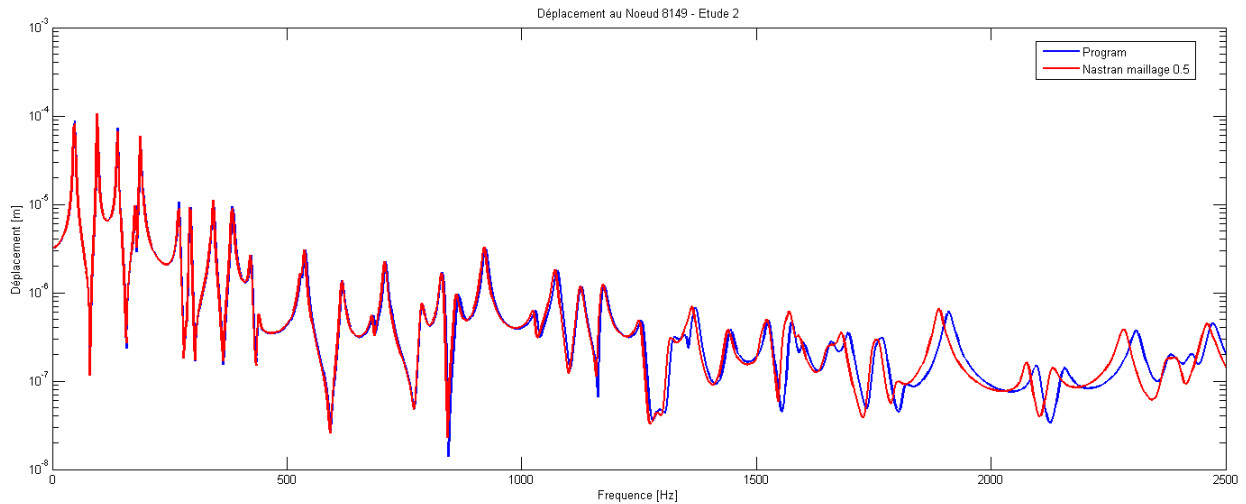


FIGURE 4.11 – Comparaison du déplacement d'un point de la plaque [m] en fonction de la fréquence [Hz] (maillage 0.5 cm) : Courbe rouge résultats NASTRAN - courbe bleue résultats du code de calcul développé

Ce type de décalage peut être expliqué par une difficulté de convergence du calcul éléments finis. En effet, notre calcul étant basé sur une solution analytique les résultats ne dépendent pas des paramètres de discrétisation contrairement au calcul par éléments finis. Les résultats étant coïncidents

sur une bande de fréquence, on peut considérer que le calcul analytique est juste et que l'erreur en plus haute fréquence est uniquement due à la non convergence du calcul par éléments finis.

Pour confirmer cette hypothèse, un deuxième calcul vibratoire par éléments finis a été effectué avec un maillage plus fin. Cette fois-ci, les éléments quadrangulaires de la plaque font 0.2 cm au lieu de 0.5 cm. Sur la figure 4.12 nous visualisons le déplacement du nœud 31211 nous voyons que les deux courbes sont encore plus proches et se décalent moins en hautes fréquences. Cela confirme donc le problème de convergence du calcul par éléments finis évoqué précédemment.

Cette étude permet de valider le code de calcul que nous proposons pour le calcul vibratoire de la plaque. Cela justifie aussi le fait de limiter la comparaison en plus basse fréquence pour le calcul acoustique de façon à ne pas cumuler les erreurs.

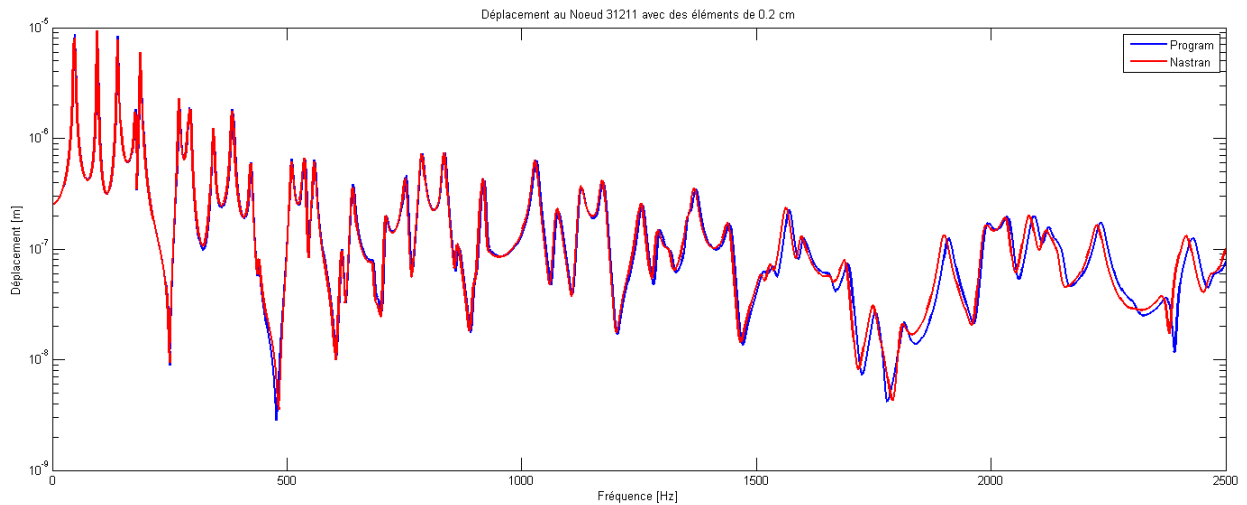


FIGURE 4.12 – Comparaison du déplacement d'un point de la plaque (maillage 0.2 cm) : Courbe rouge résultats NASTRAN - courbe bleue résultats du code de calcul développé

### Comparaison des résultats acoustiques

Le fait d'avoir validé les calculs vibratoires nous permet d'affirmer que les erreurs potentielles trouvées lors de la comparaison des résultats acoustiques viennent uniquement du calcul de rayonnement.

Dans un premier temps, les cartographies de la pression rayonnée seront comparées de manière qualitative. Ceci nous permettra d'avoir un aperçu global des résultats obtenus à une fréquence donnée. Par la suite, nous comparerons la pression et le vecteur vitesse en certain points de l'espace. Les courbes obtenues nous permettront de valider les grandeurs calculées sur toute la plage de fréquence de l'étude.

## Cartographies

Lors de l'établissement de l'analyse sur le logiciel ACTRAN, un plan de visualisation a été créé à 5 cm de la source de façon à obtenir une cartographie de la pression. Les parties réelles et imaginaires ont été affichées sur ce plan d'écoute pour différentes fréquences.

Le calcul de rayonnement a ensuite été effectué avec le code de calcul proposé. La pression est obtenue sur le même plan que celui défini dans ACTRAN afin de pouvoir comparer les deux cartographies.

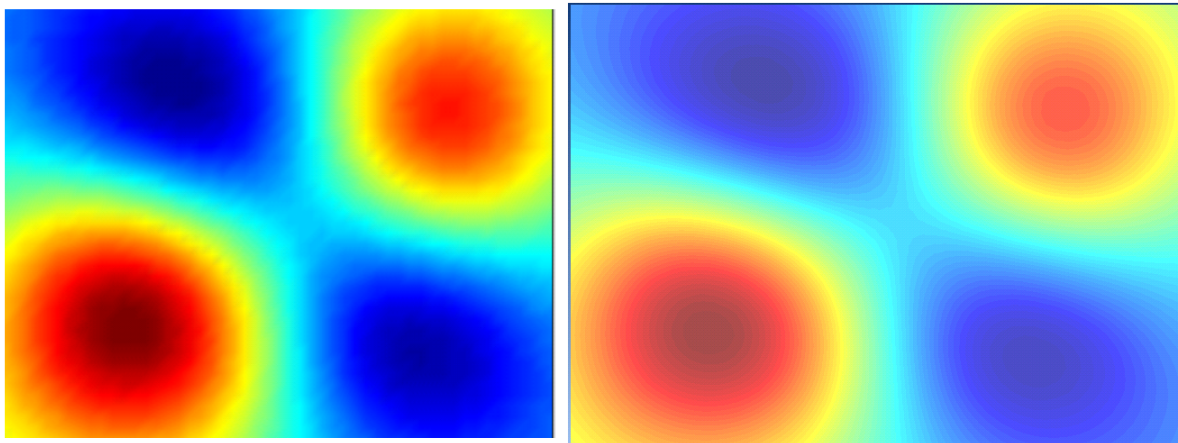


FIGURE 4.13 – Comparaison de la partie réelle de la pression à 200Hz : à gauche résultat du code de calcul proposé ; à droite résultats du logiciel ACTRAN

La visualisation de la partie réelle de la pression sur la figure 4.13 à 200 Hz montre que les résultats obtenus avec notre code calcul et ceux obtenus par éléments finis sont cohérents. La comparaison des cartographies a été effectuée à différentes fréquences puisque nous avons vu que des problèmes peuvent apparaître en haute fréquence. De plus, la partie imaginaire est aussi visualisée car elle pourrait être source d'erreur. La figure 4.14 nous montre la pression rayonnée pour 1000 Hz. On remarque que même à cette fréquence les parties réelles et imaginaires de la pression correspondent entre les deux

méthodes de calcul.

Le fait que les cartographies se ressemblent ne permet pas de conclure sur la validité du programme. Bien que les tendances et les variations soient respectées entre les deux calculs, l'erreur commise ne peut pas être quantifiée précisément. Pour cela, il faut pouvoir comparer les pressions et les vitesses en un point précis afin de voir concrètement les écarts de valeurs pour toutes les fréquences de l'étude.

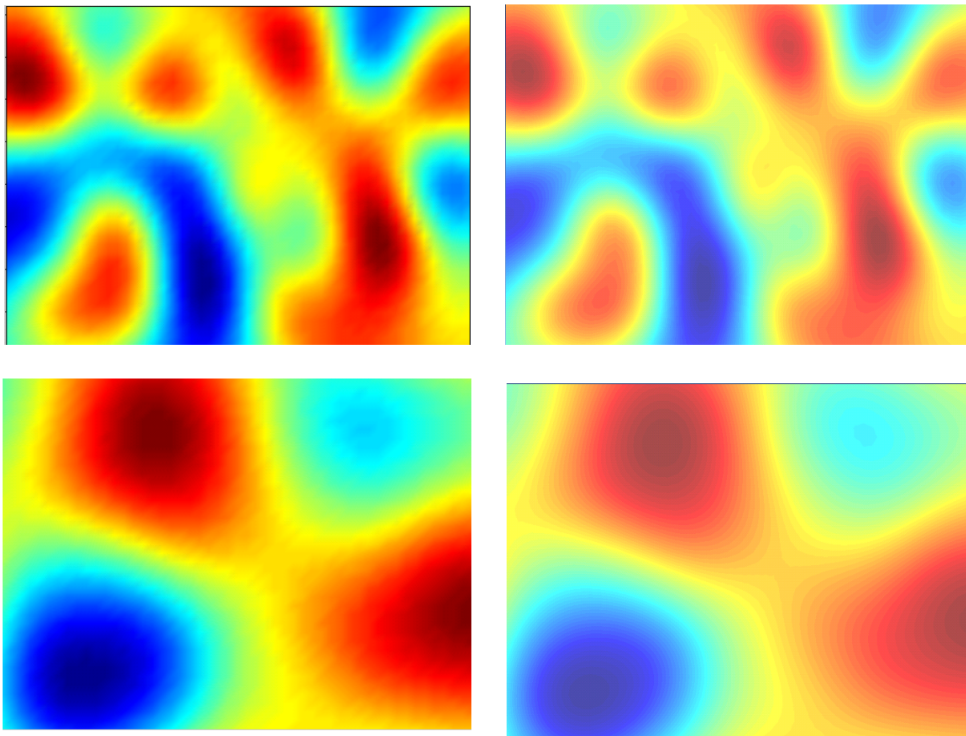


FIGURE 4.14 – Visualisation de la pression rayonnée à 1000 Hz : en haut partie réelle (code de calcul à gauche et résultats ACTRAN à droite); en bas partie imaginaire (code de calcul à gauche et résultats ACTRAN à droite)

### Grandeurs en un point

Dans un premier temps, la comparaison est effectuée sur les grandeurs de référence à la surface de la plaque. La vitesse pariétale des particules fluides est en théorie égale à la vitesse normale de la structure. Puisque le calcul vibratoire a été validé et que la vitesse pariétale en découle directement, les écarts entre la méthode éléments finis et le code de calcul devraient être

faibles. Ceci est confirmé par la figure 4.15 qui montre les deux résultats pour un point de la plaque. On remarque que le décalage des valeurs pour les hautes fréquences est encore présent.

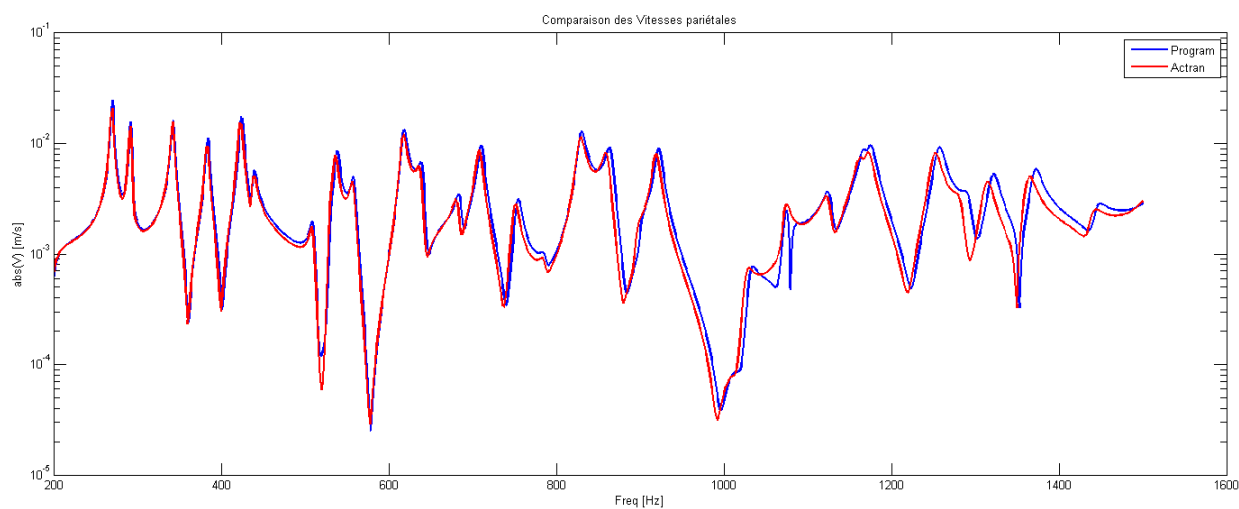


FIGURE 4.15 – Vitesse pariétale des particules fluide [m/s] en fonction de la fréquence [Hz] : résultats du code de calcul en bleu ; résultats ACTRAN en rouge

Contrairement à la vitesse pariétale, le calcul de la pression pariétale n'est pas un calcul analytique puisqu'il fait appel à une formulation intégrale : une discrétisation de la plaque est nécessaire. Dès lors, la précision des résultats sera fortement dépendante du critère de discrétisation spatial. En effet, plus la plaque sera discrétisée finement, plus la convergence des calculs sera assurée. La figure 4.16 nous montre qu'un maillage  $5 \times 5$  cm n'est pas suffisant pour assurer la convergence du calcul intégral. En revanche, un maillage  $1 \times 1$  cm nous donne des résultats plus proches de ceux fournis par ACTRAN. On voit que la tendance générale est respectée entre les deux courbes sauf pour la fréquence 1076 Hz. Après vérification, cette fréquence est bien une fréquence propre de la plaque, une résonance devrait être observée même pour les résultats ACTRAN. De plus, le décalage des fréquences propres du à la difficulté de convergence du calcul par éléments finis est toujours observable.

En ce qui concerne l'intensité normale rayonnée sur la surface de la plaque, la figure 4.17 montre des différences plus importantes entre les deux calculs par rapport à celles observées avec la pression et la vitesse. Cela peut s'expliquer par le fait que le calcul de l'intensité fait intervenir à la fois la vitesse et la pression. De ce fait, les erreurs commises seront cumulées et l'écart entre le calcul par éléments finis et le code de calcul sera plus grand. Encore une fois, les plus grandes erreurs sont localisées dans les hautes fréquences.

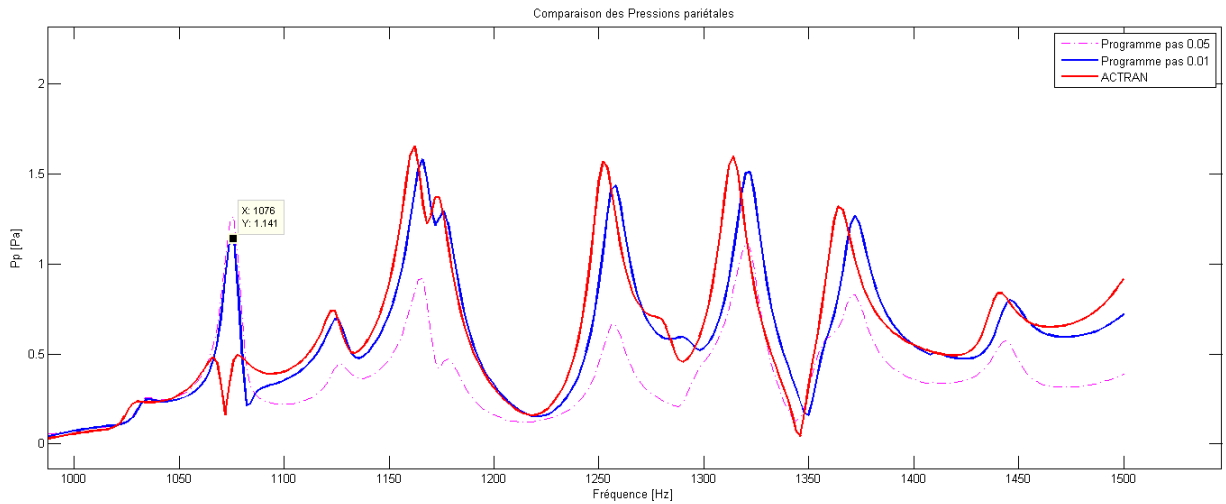


FIGURE 4.16 – Pression pariétale des particules fluide [Pa] en fonction de la fréquence [Hz] : résultats du code de calcul avec un pas de 5 cm en pointillés violet ; résultats du code de calcul avec un pas de 1 cm en bleu ; résultats ACTRAN en rouge

La comparaison de grandeurs globales telles que la vitesse normale quadratique permet de nous exempter des erreurs locales. La figure 4.18 montre une cohérence entre les deux méthodes de calcul. La puissance rayonnée est aussi comparée (figure 4.19). Encore une fois, les deux méthodes de calcul donnent des résultats similaires.

Après avoir comparé les grandeurs de référence sur la plaque, les grandeurs rayonnées doivent également être validées. Dans un premier temps, nous observons la pression rayonnée en un point de l'espace. La figure 4.20 montre les résultats de la pression rayonnée au point  $(x = 0.1, y = 0.1, z = 0.2)$  obtenue par les deux calculs. Hormis certaines fluctuations, les tendances globales des deux résultats sont similaires



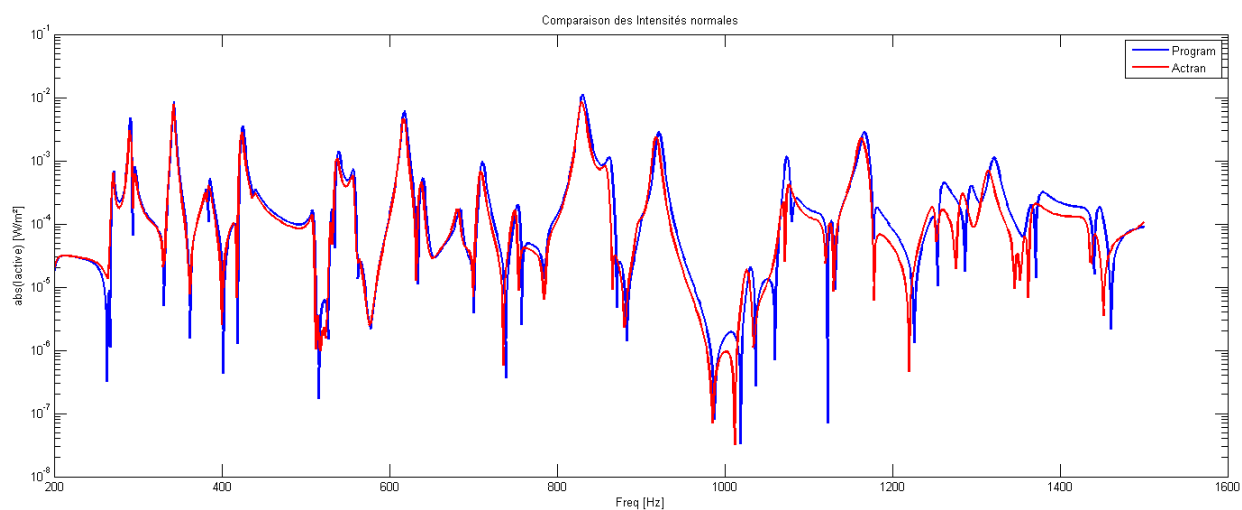


FIGURE 4.17 – Intensité normale rayonnée en un point en fonction de la fréquence : résultats du code de calcul en bleu ; résultats ACTRAN en rouge

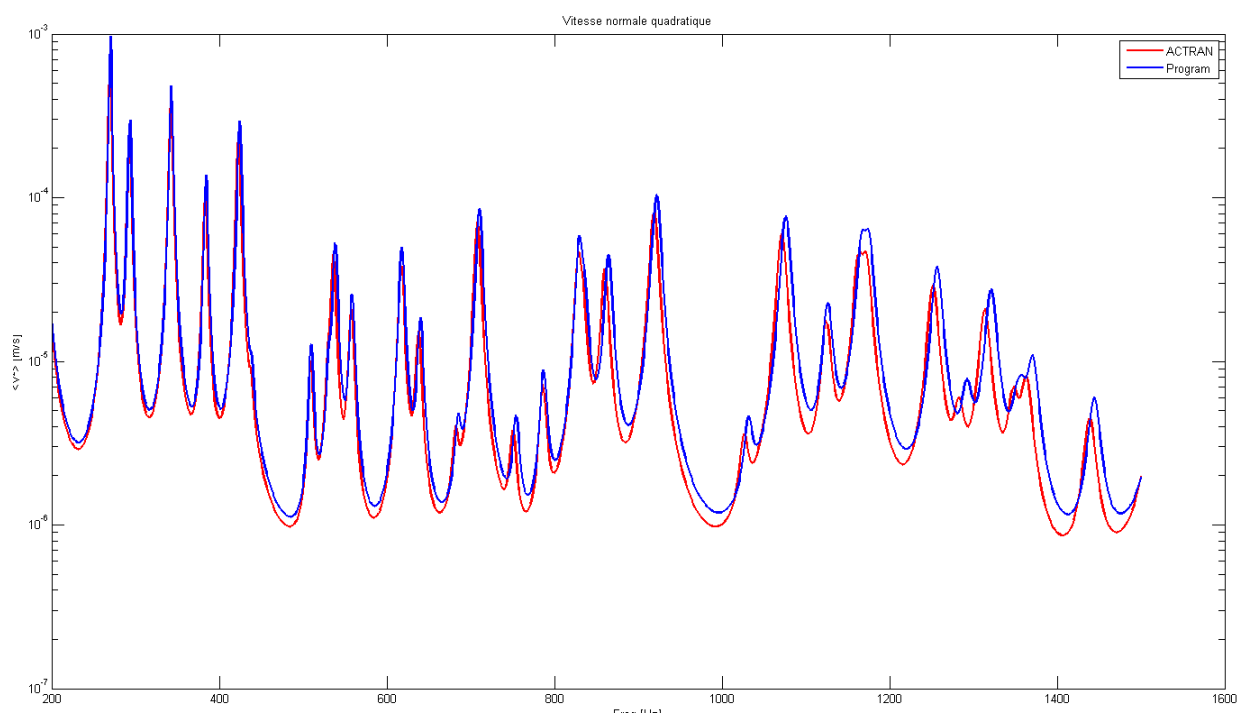


FIGURE 4.18 – Vitesse normale quadratique moyenne en fonction de la fréquence : résultats du code de calcul en bleu ; résultats ACTRAN en rouge

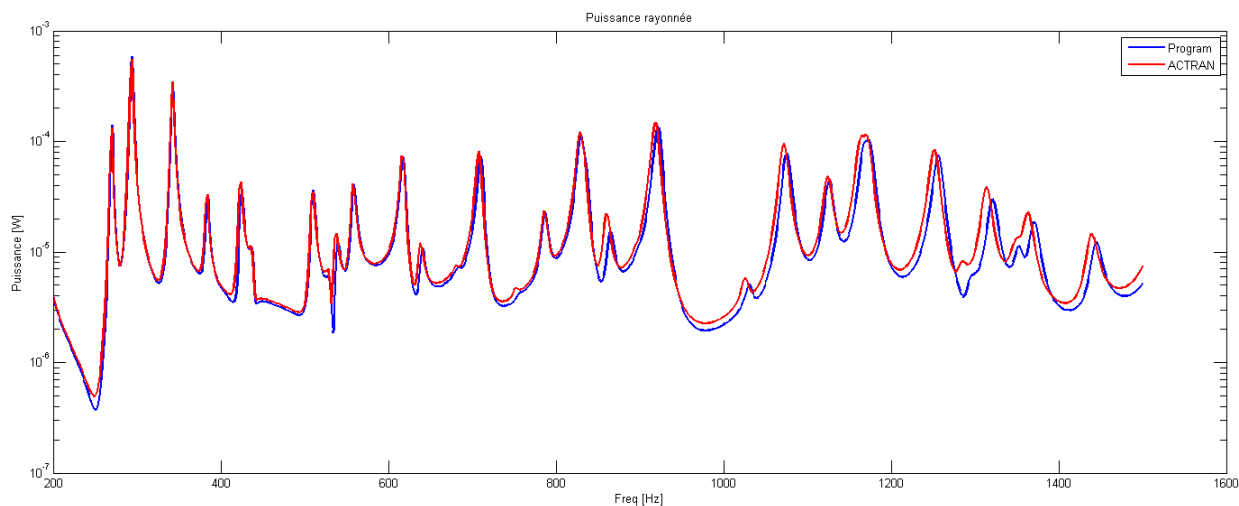


FIGURE 4.19 – Puissance rayonnée en fonction de la fréquence : résultats du code de calcul en bleu ; résultats ACTRAN en rouge

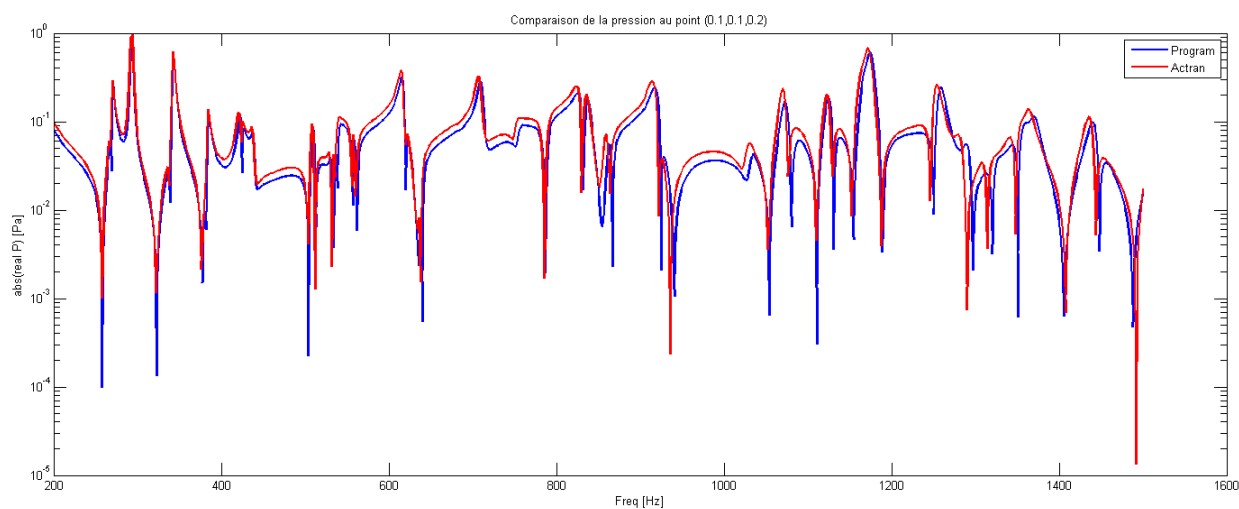


FIGURE 4.20 – Pression rayonnée en fonction de la fréquence : résultats du code de calcul en bleu ; résultats ACTRAN en rouge

La dernière grandeur pouvant être validée est le vecteur vitesse. La figure 4.21 montre une très bonne cohérence entre les calculs par éléments finis et le code de calcul proposé. Cela est vrai pour les trois directions de l'espace ce qui indique que le vecteur vitesse est calculé correctement.

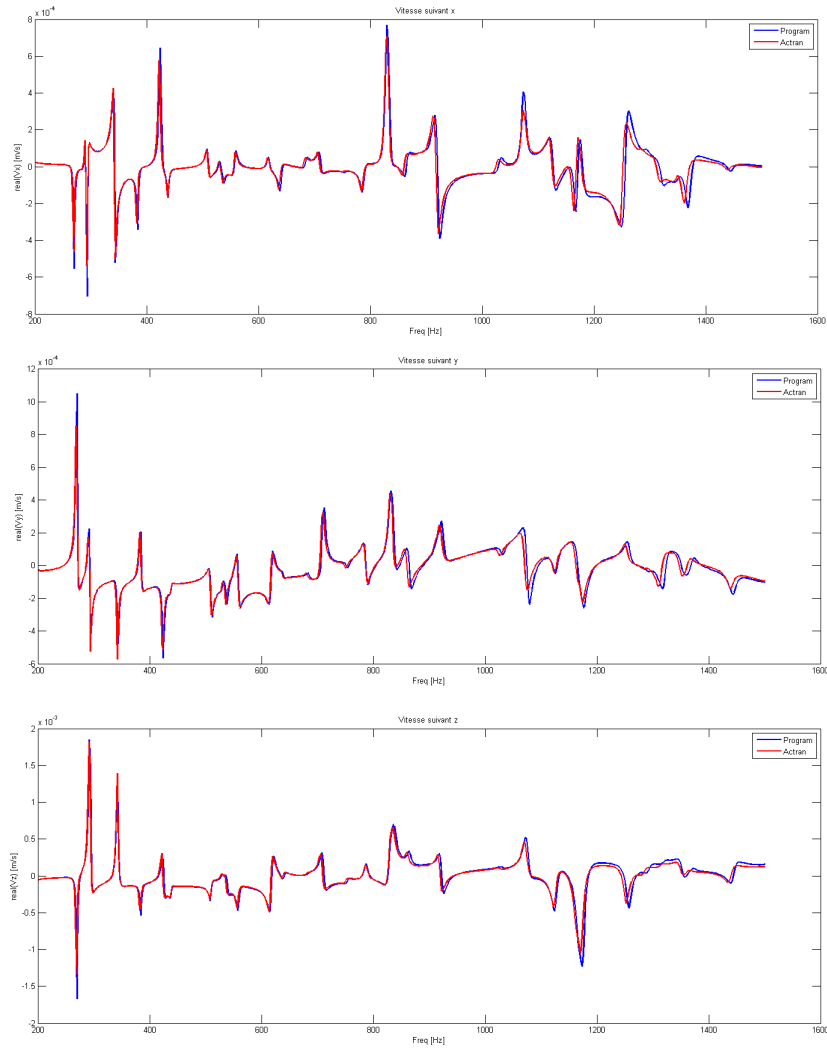


FIGURE 4.21 – Comparaison du vecteur vitesse en point de l'espace en fonction de la fréquence : résultats du code de calcul en bleu ; résultats ACTRAN en rouge - De haut en bas, vitesse suivant la direction x, y et z.

## Conclusion

La comparaison entre les résultats obtenus par le solveur ACTRAN et ceux donnés par le code de calcul proposé nous permettent de conclure quant à la validité de notre programme. Nous avons vu que les grandeurs de références données par le code de calcul sont cohérentes avec les résultats de l'analyse par éléments finis. Nous pouvons tout de même souligner le fait que les différences observées en hautes fréquences sont dues à la difficulté de convergence du calcul par éléments finis. Par la suite, nous avons vu que ces erreurs se répercutent sur toutes les données calculées avec un impact plus ou moins important. En effet, le calcul de l'intensité normale est relativement différent puisqu'il cumule à la fois les erreurs de calcul sur la pression et sur la vitesse.

En ce qui concerne les grandeurs relatives au rayonnement, les résultats obtenus sont satisfaisants dans la mesure où les tendances des courbes sont très proches. Il faut souligner que la précision des résultats est dépendante de la discrétisation spatiale utilisée pour la formulation intégrale. Des critères de convergences pourront être par la suite proposés.

En conclusion, nous pouvons considérer que le code de calcul qui a été développé dans le cadre de ce master de recherche donne des résultats correctes. Il pourra donc servir de base pour bâtir des benchmarks numériques.

# Chapitre 5

## Rayonnement dans une cavité

Ce chapitre a pour but d'expliciter la théorie sur laquelle se base le calcul des différents benchmarks dans une cavité. Dans un premier temps, nous considérerons un cas général afin de montrer comment il est possible de traiter tous les problèmes de rayonnement dans une cavité. Par la suite, le cas du monopole dans une cavité sera traité, ainsi que celui de la plaque bafflée.

### 5.1 Cavité d'air quelconque

Dans cette partie nous allons considérer un problème général faisant intervenir une cavité de forme quelconque (figure 5.1). Cette cavité peut être séparée en différentes surfaces suivant les conditions aux limites considérées (vitesse imposée ou paroi rigide). On considère une source ponctuelle  $S$  à l'intérieur de la cavité qui rayonne avec un débit constant  $q$ . Nous cherchons ici à exprimer la pression rayonnée au point d'écoute  $M$ .

La pression au point  $M$  à l'intérieur de la cavité respecte l'équation d'Helmholtz.

$$\Delta p(M) + k^2 p(M) = q\delta(M - S) \quad \text{avec } M \in \Omega \quad (5.1)$$

On attribue une condition de Neumann (vitesse imposée) à la surface  $\Gamma$  et une condition de paroi rigide à la surface  $\bar{\Gamma}$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(\bar{Q})}{\partial n} &= 0 & \text{avec } \bar{Q} \in \bar{\Gamma} \\ \frac{\partial p(Q)}{\partial n} &= -j\omega\rho_0 V(Q) & \text{avec } Q \in \Gamma \end{aligned}$$

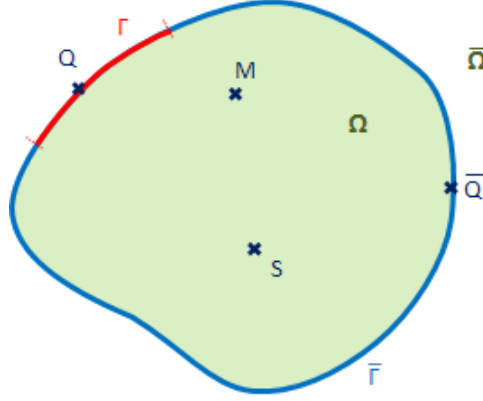


FIGURE 5.1 – Schéma d'une cavité d'air quelconque avec conditions aux limites mixtes et une source ponctuelle  $S$ .

La résolution du problème est basée sur la décomposition de la pression rayonnée sur la base des modes propres de la cavité à parois rigide.

$$p(M) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\omega) \phi_n(M) \quad (5.2)$$

Ce calcul fait intervenir les amplitudes modales  $A_n$  ainsi que la déformée propre du mode  $n$   $\phi_n$ . Cette dernière est directement liée à la géométrie de la cavité à parois rigides, elle respecte également l'équation d'Helmholtz et les conditions aux limites de type vitesse nulle. Après démonstration, l'expression des amplitudes modales est donnée par :

$$A_n(\omega) = \frac{1}{\Lambda_n(k^2 - k_n^2)} \left( q\phi_n(S) + j\omega\rho_0 \int_{\Gamma} \phi_n(Q)V(Q)dQ \right) \quad (5.3)$$

$\Lambda_n$  est la norme du mode  $n$ . En injectant cette expression dans l'équation 5.2 on peut exprimer la pression au point  $M$  de la manière suivante :

$$p(M) = q \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(S)\phi_n(M)}{\Lambda_n(k^2 - k_n^2)} + j\omega\rho_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(M)}{\Lambda_n(k^2 - k_n^2)} \int_{\Gamma} \phi_n(Q)V(Q)dQ \quad (5.4)$$

De cette manière, la pression rayonnée par un monopole dans une cavité peut être connue en tout point  $M$  appartenant au volume intérieur. On voit que cette équation reste générale dans la mesure où des vitesses peuvent être imposées sur n'importe quelle portion de la paroi.

## 5.2 Cavité parallépipédique

Le problème que nous allons considérer dans les études suivantes fait intervenir une cavité parallépipédique. En effet, ce genre de cavité est une des plus communes en acoustique des salles et les équations la concernant sont d termin es.

La cavité à parois rigides consid r e (fig. 5.2) de dimension  $L_x \times L_y \times L_z$  comporte des modes de vibrations dans les trois directions de l'espace. Ainsi, chaque mode est identifié par le triolet  $(m, n, p)$ . On peut alors définir les pulsations propres (5.5) et d form es propres (5.6) relatives à chaque mode.

$$\omega_{mnp} = c \cdot \sqrt{\left(\frac{n\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L_z}\right)^2} \quad (5.5)$$

$$\phi_{mnp} = \cos\left(\frac{n\pi}{L_x}x\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{L_y}y\right) \cdot \cos\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) \quad (5.6)$$

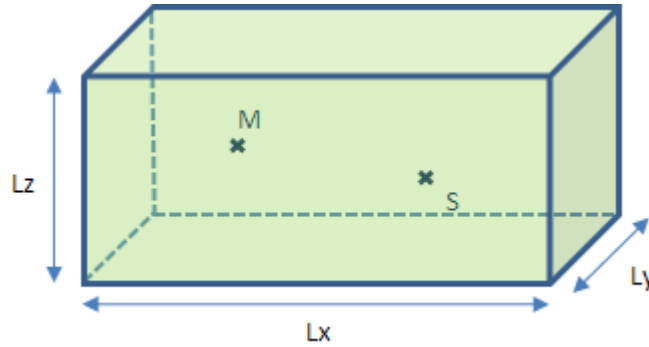


FIGURE 5.2 – Schéma d'une cavité parallépipédique de dimension  $L_x \times L_y \times L_z$

La norme des modes est l'intégrale sur le volume de la déformée propre au carré :

$$\Lambda_{mnp} = \int_V \phi_{mnp}^2 dV \quad (5.7)$$

Les équations précédentes seront celles utilis es pour calculer la pression rayonn e en tout point de l'espace 5.4.

### 5.3 Monopole dans une cavité

Nous considérons dans cette partie le problème de rayonnement dans une cavité parallélépipédique à parois rigides. Nous reprenons le problème générale en modifiant les conditions limites : ici il n'y a pas de vitesse imposée sur les parois, le second terme de l'équation 5.4 disparaît :

$$p(M) = q \sum_{mnp}^{\infty} \frac{\phi_{mnp}(S)\phi_{mnp}(M)}{\Lambda_{mnp}(k^2 - k_{mnp}^2)} \quad (5.8)$$

Le monopole ici considéré est en fait une sphère pulsante de rayon  $a$ . Son débit volumique est exprimé par la relation suivante :

$$q = \rho_0 S \bar{v} \quad (5.9)$$

où  $S$  est la surface de la sphère et  $\bar{v}$  la vitesse de vibration de sa membrane.

### 5.4 Plaque vibrante dans une cavité

Le cas que nous considérons ici fait intervenir une plaque vibrante dans une cavité parallélépipédique. Contrairement au cas du monopole, il faut garder le second terme de l'équation 5.4. En effet, nous considérons que le champ de vitesse à la surface de la plaque est déterminé. Cela permettra d'appliquer les conditions de Neumann (vitesse imposée) à la surface  $\Gamma$  représentant la plaque (figure 5.3).

$$p(M) = j\omega\rho_0 \sum_{mnp}^{\infty} \frac{\phi_{mnp}(M)}{\Lambda_{mnp}(k^2 - k_{mnp}^2)} \int_{\Gamma} \phi_{mnp}(Q)V(Q)dQ \quad (5.10)$$

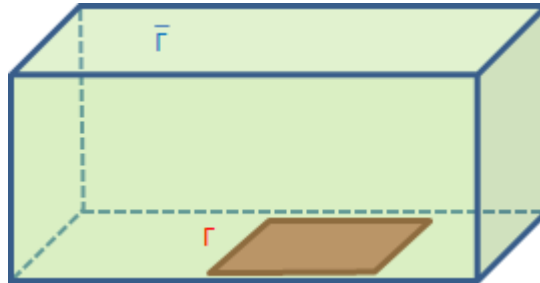


FIGURE 5.3 – Plaque vibrante dans une cavité parallélépipédique.



Le calcul numérique permettant d'obtenir la vitesse pariétale de la plaque implique sa discrétisation en  $N_i$  surfaces élémentaires  $\Gamma_i$ . La vitesse étant considérée comme constante sur chaque surface  $\Gamma_i$ , l'intégrale de surface peut être approximée par une somme sur les  $N_i$  surfaces élémentaires :

$$p(M) = j\omega\rho_0 \sum_{i=1}^{N_i} V_i \sum_{mnp}^{\infty} \frac{\phi_{mnp}(M) \langle \phi_{mnp} \rangle_i}{\Lambda_{mnp}(k^2 - k_{mnp}^2)} \Gamma_i \quad (5.11)$$

avec  $\langle \phi_n \rangle_i$  la déformée modale moyenne sur la surface élémentaire  $\Gamma_i$ . Il faut bien noter que le couplage entre le fluide acoustique et la plaque est négligé. Cette formulation est valable uniquement en hypothèse de fluide léger.

## Calcul des déformées modales moyennes

On considère la déformée moyenne modale du pavé  $i$  :

$$\langle \phi_{mnp} \rangle_i = \int_{\Gamma_i} \phi_{mnp} dS \quad (5.12)$$

Pour une cavité parallélépipédique nous avons donc :

$$\langle \phi_{mnp} \rangle_i = \int_{\Gamma_i} \cos\left(\frac{n\pi}{L_x}x\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{L_y}y\right) \cdot \cos\left(\frac{p\pi}{L_z}z\right) dS \quad (5.13)$$

Ici, nous nous limitons au cas où la plaque se trouve dans le plan  $z = 0$ .

$$\langle \phi_{mnp} \rangle_i = \int_{\Gamma_i} \cos\left(\frac{n\pi}{L_x}x\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{L_y}y\right) dS \quad (5.14)$$

On considère le pavé  $i$  tel que  $x \in [x_{min}, x_{max}]$  et  $y \in [y_{min}, y_{max}]$  dans le repère de la cavité. Après calcul on obtient :

$$\begin{aligned} \langle \phi_{mnp} \rangle_i &= \frac{L_x L_y}{nm\pi^2} \left( \sin\left(\frac{n\pi}{L_x}x_{max}\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{L_x}x_{min}\right) \right) \\ &\quad \times \left( \sin\left(\frac{m\pi}{L_y}y_{max}\right) - \sin\left(\frac{m\pi}{L_y}y_{min}\right) \right) \end{aligned} \quad (5.15)$$

## 5.5 Combinaisons de sources

Pour finir, nous nous intéressons au cas impliquant plusieurs sources dans la cavité. La combinaison entre plusieurs monopoles et plaques vibrantes peut

être envisagée. Il faut noter que les sources considérées sont corrélées.

Toutes les équations nécessaires ont été formulées précédemment. Pour poser un problème à sources multiples dans une cavité il suffit de les réadapter. On reprend l'équation 5.4 :

$$p(M) = q \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(S)\phi_n(M)}{\Lambda_n(k^2 - k_n^2)} + j\omega\rho_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_n(M)}{\Lambda_n(k^2 - k_n^2)} \int_{\Gamma} \phi_n(Q)V(Q)dQ$$

Pour simuler plusieurs monopoles il suffit de rajouter autant de termes de gauche que de monopoles. De même, on peut considérer plusieurs plaques en définissant plusieurs surfaces  $\Gamma$ . Il est alors possible de combiner une plaque et des monopoles.

## 5.6 Validation du code de calcul

Dans cette partie, nous allons valider le code de calcul écrit pour les différents benchmarks dans une cavité vus précédemment. Pour cela, nous comparerons les résultats obtenus avec le code écrit et ceux obtenus avec un calcul par éléments finis. Ces résultats seront visualisés sous forme de cartographie à fréquence fixée et en un point pour toutes les fréquences. Les paramètres de l'étude sont les suivants :

$$\begin{aligned} L_x &= 0.7 \text{ m} \\ L_y &= 0.9 \text{ m} \\ L_z &= 1 \text{ m} \\ Freq &= [0, 4000] \text{ Hz} \end{aligned}$$

### 5.6.1 Monopole

Dans un premier temps, nous considérons un monopole dans une cavité. Nous choisissons un débit volumique unitaire et la position suivante :

$$\begin{aligned} x &= 0.1255 \text{ m} \\ y &= 0.1223 \text{ m} \\ z &= 0.1232 \text{ m} \end{aligned}$$

Deux plans de visualisation sont ensuite définis. Le premier est à  $y$  constant ( $y = 0.5\text{m}$ ) et le deuxième à  $z$  constant ( $z = 0.6445\text{ m}$ ). Le code de calcul est ensuite lancé de manière à obtenir les résultats de la pression rayonnée sur ces mêmes plans (figures 5.4 et 5.5).

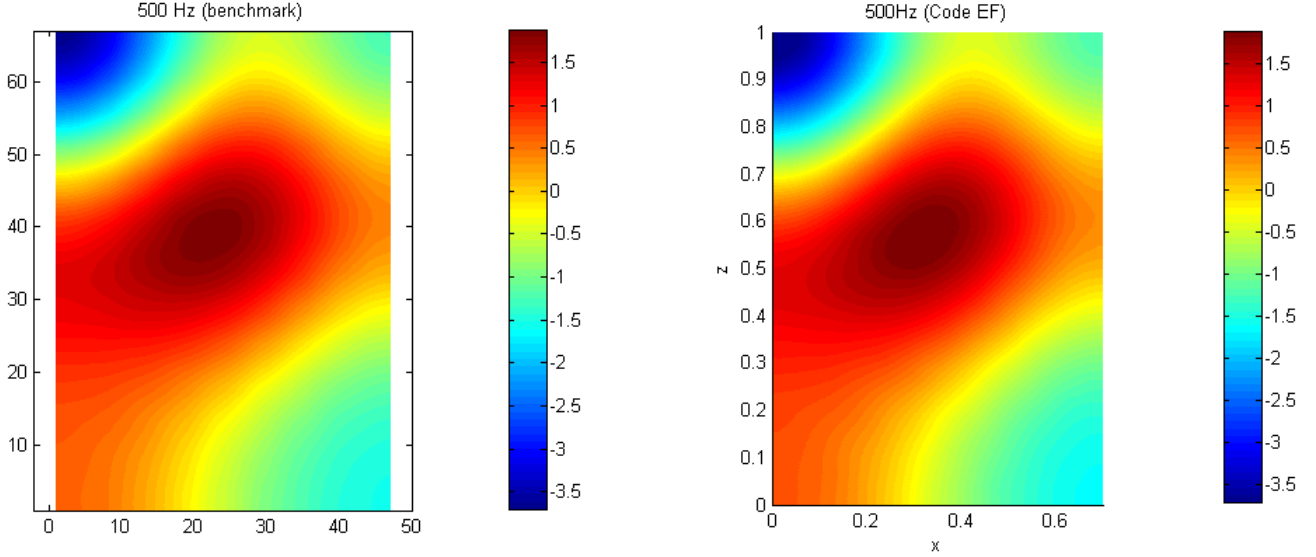


FIGURE 5.4 – Comparaison des cartographies  $y=0.5$  à 500Hz. Benchmarks à gauche et code éléments finis à droite.

Nous voyons que les cartographies et les ordres de grandeurs sont très similaires. Le but est ensuite de pouvoir visualiser la grandeur de la pression en un point de manière à valider les résultats sur l'ensemble des fréquences d'étude. Pour cela, nous menons la même étude pour deux positions du monopole. Dans un premier temps, il est important de vérifier que les fréquences propres de la cavité coïncident entre les deux calculs (figure 5.6).

Dès lors, on remarque un décalage entre les fréquences propres calculées analytiquement et celles calculées par le code d'éléments finis. Ce décalage est d'autant plus grand en hautes fréquences. Ces erreurs seront répercutées sur la pression rayonnée mais nous pourrions alors affirmer qu'il s'agit d'une erreur due au code d'éléments finis et non à notre code de calcul. Les figures 5.7 et 5.8 montrent les résultats des pressions rayonnées pour deux positions différentes du monopole. Comme nous l'attendions, les deux courbes ont tendance à s'écarter l'une de l'autre en hautes fréquences. Néanmoins, les tendances entre les deux courbes sont les mêmes et les résultats coïncident parfaitement en basse fréquence. Nous pouvons donc affirmer que notre code de calcul est validé.

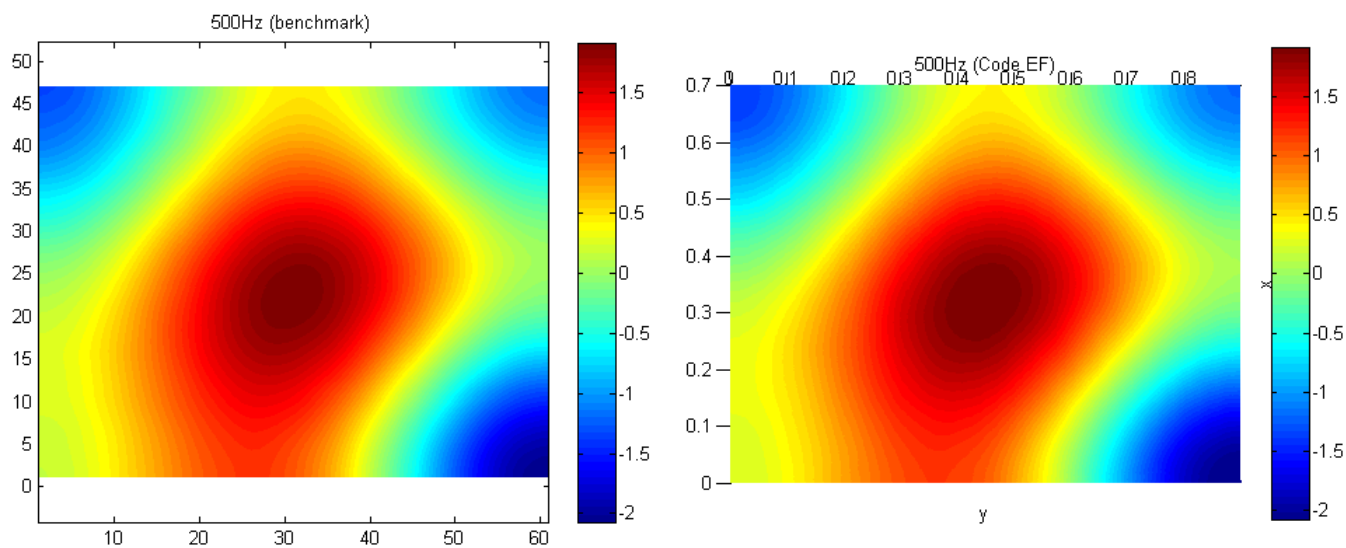


FIGURE 5.5 – Comparaison des cartographies  $z=0.6445$  à 500Hz. Benchmarks en à gauche et code éléments finis à droite.

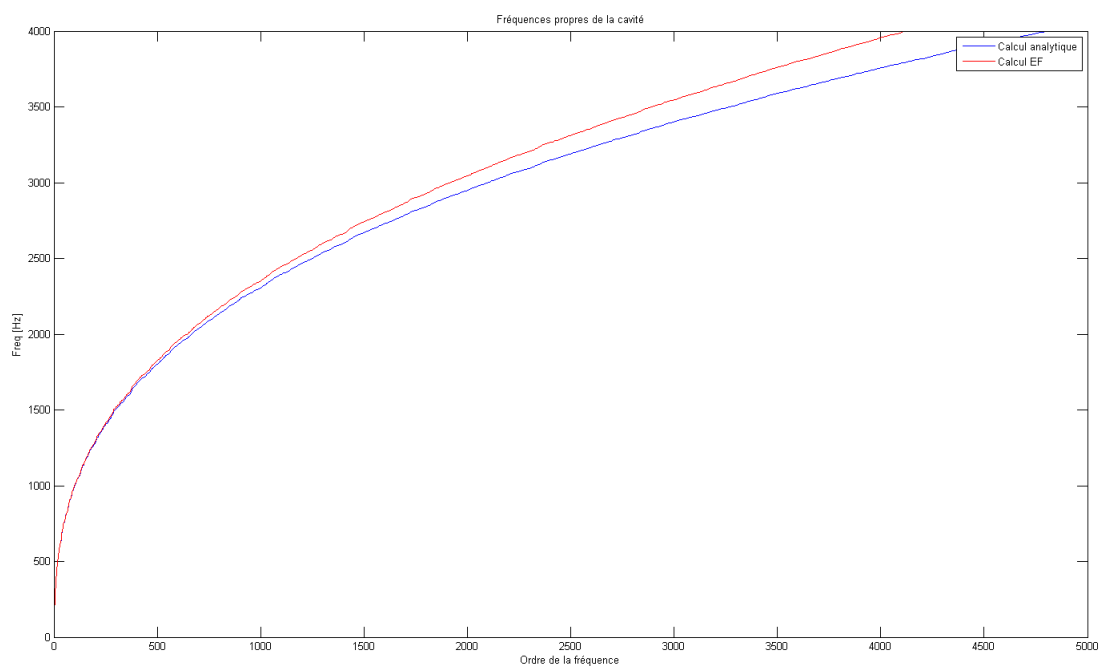


FIGURE 5.6 – Comparaison des fréquences propres de la cavité : calcul analytique en bleu et calcul par éléments finis en rouge.

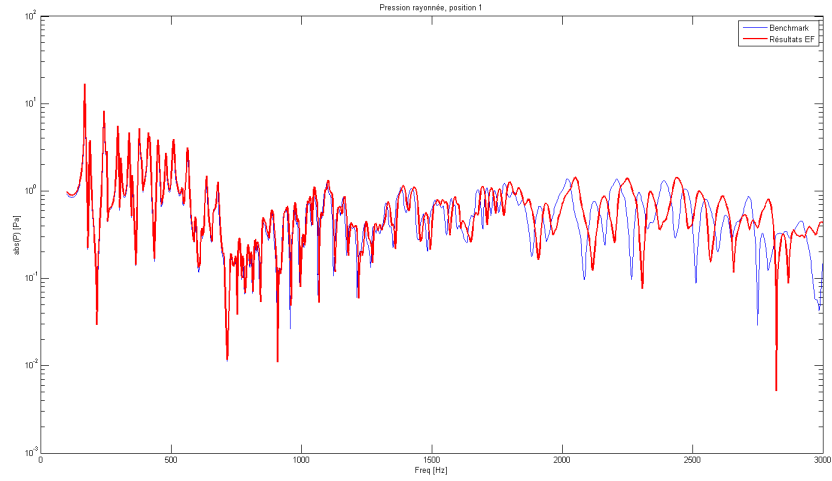


FIGURE 5.7 – Comparaison de la pression rayonnée par la monopole 1 dans la cavité : calcul analytique en bleu et calcul par éléments finis en rouge.

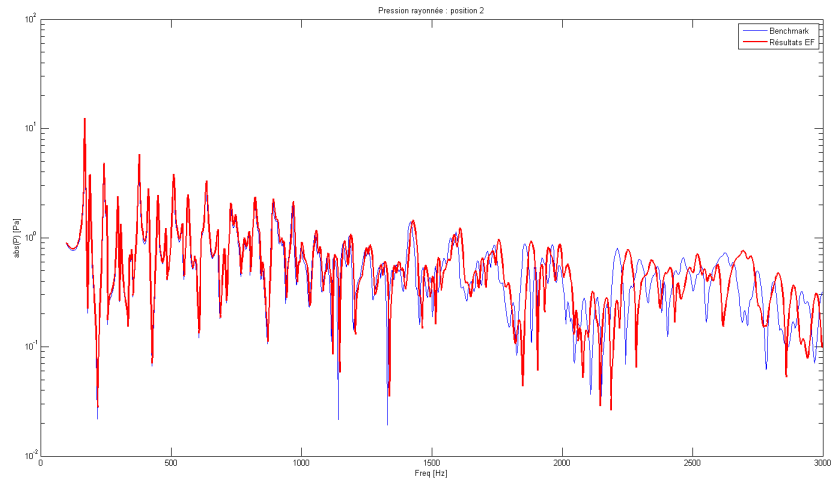


FIGURE 5.8 – Comparaison de la pression rayonnée par la monopole 2 dans la cavité : calcul analytique en bleu et calcul par éléments finis en rouge.

# Chapitre 6

## Méthodes Inverses

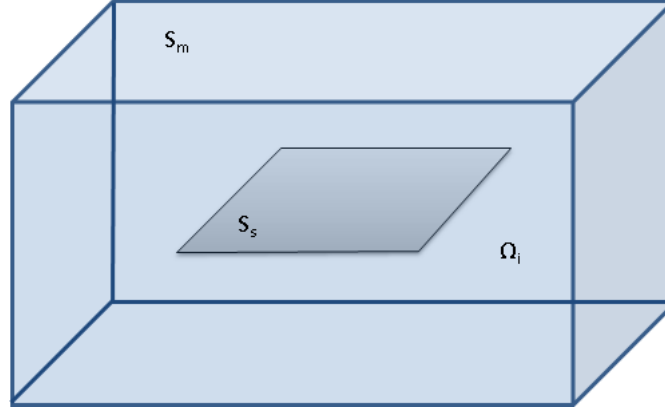
Les méthodes inverses ont pour but de reconstituer un champ de pression (ou de vitesse) sur une surface d'identification à partir de grandeurs mesurées sur une surface de mesure. Chaque méthode peut nécessiter une surface de mesure différente : elle peut être plane ou encore définir volume englobant la source. De plus, les grandeurs mesurées ne sont pas toujours les mêmes : il peut s'agir de la pression, de la vitesse ou encore les deux. Dans ce chapitre, nous allons présenter deux méthodes d'identification de source qui pourront être comparées aux benchmarks créés. Le but est de donner un aperçu des paramètres d'entrée nécessaires à ces méthodes et de comprendre quel type de résolution est mise en jeu.

Dans un premier temps, la méthode iPTF (*Inverse Patch Transfer Function*) [5] sera présentée. Par la suite, nous expliciterons la base théorique de la méthode NAH (*Near field Acoustic Holography*) [4].

### 6.1 La méthode iPTF

La méthode iPTF, comme son nom l'indique, est la méthode inverse de la méthode PTF [10] mise en place par N. TOTARO et M. OUISSE. Les calculs présentés sont tirés de travaux basés sur cette méthode d'identification. [5]

Cette dernière a pour but de reconstituer le champ de pression et de vitesse rayonné par une source. Cela nécessite la création d'un volume entourant la source. La surface  $S_m$  délimite le volume acoustique  $\Omega_i$  contenant la surface vibrante de la source  $S_s$ . Le champ de vitesse sur la source  $S_s$  est supposé connu.



La résolution est basée sur l'équation d'Helmholtz avec les conditions aux limites de NEUMANN :

$$\Delta p(M) + k^2 p(M) = 0 \quad M \in \Omega_i \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n}(M) = -j\omega\rho V(M) \quad M \in S_s \cup S_m \quad (6.2)$$

La méthode PTF est basée sur le principe de décomposition du volume acoustique en sous domaines couplés par leur surface commune (*patch*). Ainsi, chaque patch va être interprété comme une source qui apportera sa contribution à la pression totale rayonnée au point considéré. Le calcul de la pression fait intervenir la notion d'impédance acoustique  $Z$ . Cette grandeur relie la pression en un point et sa vitesse normale. Après démonstrations [5] qui ne sont pas explicitées dans ce rapport, le problème de rayonnement par la méthode PTF peut être exprimé de la façon matricielle suivante :

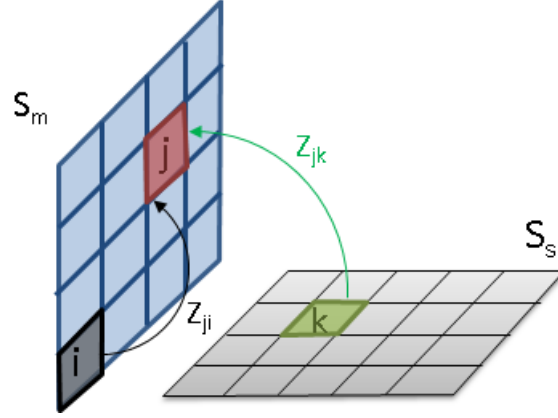
$$\{p_j\} = [Z_{jk}] \cdot \{V_k\} + [Z_{ji}] \cdot \{V_i\} \quad (6.3)$$

$j$  : patch d'écoute

$k$  : patch source

$i$  : patch excité

$\{p_j\}$  est le vecteur contenant les contributions des pressions des patches extérieurs sur le patch  $j$ .  $[Z_{jk}]$  est la matrice d'impédance entre les patches source  $k$  et le patch d'écoute  $j$ .  $[Z_{ji}]$  est la matrice d'impédance entre les patches excités  $i$  et le patch d'écoute  $j$ .  $\{V_k\}$  et  $\{V_i\}$  sont respectivement le vecteur vitesse normale moyenne sur les patches source  $k$  et le vecteur vitesse moyenne de couplage sur le patch  $i$ . De cette manière, il est possible de connaître la pression sur la surface  $S_m$  à partir des vitesses sur la surface vibrante et des vitesses de couplage entre les différents patches.



La méthode iPTF consiste à inverser l'équation 6.3 de manière à isoler la vitesse sur la surface vibrante.

$$\{V_k\} = [Z_{jk}]^{-1} \cdot (\{p_j\} - [Z_{ji}] \cdot \{V_i\}) \quad (6.4)$$

Ce calcul nécessite l'inversion d'une des matrices d'impédance. Cela implique une régularisation du problème [11] pour contrer un potentiel mauvais conditionnement de la matrice d'impédance. Dans le cas de ce calcul, le vecteur  $\{p_j\}$  est connu et représente la mesure de pression sur la surface  $S_m$ . La mesure de la vitesse sur cette même surface est également nécessaire de manière à connaître le vecteur  $\{V_i\}$ . Le calcul des matrices d'impédance peut être long mais il a l'avantage de rester le même si le volume acoustique reste inchangé. Il est alors possible de reconstruire le champs de vitesse sur la surface de la source. La reconstruction du champs de pression peut ensuite se faire par utilisation de la formule d'Euler.

## 6.2 La méthode NAH

La méthode NAH est une méthode qui permet de reconstruire un champ de pression ou de vitesse sur un plan parallèle au plan de mesure [4] [8]. Elle est basée sur la rétro-propagation du champs mesuré par l'antenne de microphones. La mesure des ondes évanescentes étant nécessaire pour reconstruire le champ de pression de manière correcte, l'antenne doit se trouver proche de la source [15].

La procédure de calcul se fait en plusieurs étapes. Dans un premier temps le champ de pression (ou de vitesse) mesuré est exprimé dans le domaine des nombres d'onde grâce à une transformée de Fourier spatiale 2D [2].



$$p(x, y, z) = \sum_n \sum_m P_{nm} e^{jk_{nx}x} e^{jk_{my}y} \quad (6.5)$$

$$\begin{cases} k_{nx} = \frac{2\pi n}{L_x} \\ k_{my} = \frac{2\pi m}{L_y} \end{cases}$$

Ici, n et m sont les limites de résolution spatiale.

Cette équation est valable pour la dépendance en temps  $e^{-j\omega t}$ . La solution inverse de l'équation d'onde est ensuite utilisée pour rétro-propager le champ acoustique dans la direction normale au plan de mesure. En considérant que les ondes se propagent uniquement suivant les valeurs croissantes de  $z$ , la résolution de l'équation de Helmholtz avec 6.5 nous donne :

$$P_{nm}(z) = P_{nm}(0) e^{jk_{nm}z} \quad (6.6)$$

$k_{nm}$  prend des valeurs différentes suivant la pulsation :

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \geq k_{nx}^2 + k_{my}^2 \Rightarrow k_{nm} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_{nx}^2 - k_{my}^2} \quad (6.7)$$

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \leq k_{nx}^2 + k_{my}^2 \Rightarrow k_{nm} = \sqrt{k_{nx}^2 + k_{my}^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2} \quad (6.8)$$

L'équation d'Euler permet de remonter à la vitesse si nécessaire :

$$V_{nm}(z) = \frac{j}{\rho\omega} \nabla P_{nm}(z) = \frac{k_{nm}}{\rho\omega} P_{nm}(0) e^{jk_{nm}z} = V_{nm}(0) e^{jk_{nm}z} \quad (6.9)$$

Dans une opération de rétro-propagation, les erreurs sont amplifiées pour les hautes fréquences du fait de l'augmentation de la valeur de  $k_{nm}$ . Ainsi, un filtre correctif est proposé pour ce calcul : les composantes dont l'amplification dépasse un certain gain sont atténuées. Il en est de même lors du passage de la pression à la vitesse (6.9), pour des grandes valeurs de  $k_{nm}$  les erreurs se verront amplifiées : on applique alors un filtre passe-bas.

Pour finir, la périodisation du signal lors de l'application de la DFT peut entraîner la création d'artéfacts si des discontinuités sont présentes. On préconise une différence d'au moins 20 dB entre les mesures au centre de l'antenne et sur les bords de façon à minimiser ce problème. Cela n'est pas toujours suffisant et une extrapolation du champ acoustique est parfois nécessaire.

# Chapitre 7

## Confrontation des benchmarks et des méthodes d'identification

Après avoir écrit les programmes définissant les différents cas d'étude vus précédemment, nous nous intéressons ici à leur mise en œuvre. Différentes configurations vont être proposées afin de tester deux méthodes d'identification : la méthode iPTF et la méthode NAH.

### 7.1 Définition des surfaces de mesure

Le but est de souligner l'utilité du programme de benchmarks appliqué au test des méthodes d'identification. Ainsi, différents cas vont être proposés parmi les benchmarks qui ont été programmés. Dans un premier temps, plusieurs cas de sources en champ libre seront considérés. Le but étant de savoir dans quelle configuration la méthode testée fonctionne correctement, des cas de source répartie (plaque) et de source discrète (monopole et piston) seront définis. Par la suite, nous testerons les méthodes dans des conditions de champ réverbérant pour le cas du monopole.

Les méthodes d'identification nécessitent des surfaces de mesure qui peuvent varier. Dans un premier temps, nous définissons une surface de mesure qui sera la même pour chaque cas testé avec la méthode iPTF. Celle-ci est maillée dans Hypermesh (figure 7.1) et définit une surface de géométrie quelconque entourant la source. La totalité de la surface peut être contenue dans un parallélépipède de dimension  $0.8 \times 0.7 \times 0.05$ . Il y a finalement 1898 points de mesure pour la méthode iPTF.

La méthode NAH quant à elle nécessite une surface de mesure plane parallèle

au plan d'identification. Pour tous les benchmarks, le plan de mesure est pris à 5cm au dessus du plan de la source.

De plus, le milieu de propagation considéré est l'air avec les propriétés suivantes :

$$c = 340 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\rho_0 = 1.225 \text{ kg.m}^{-3}$$

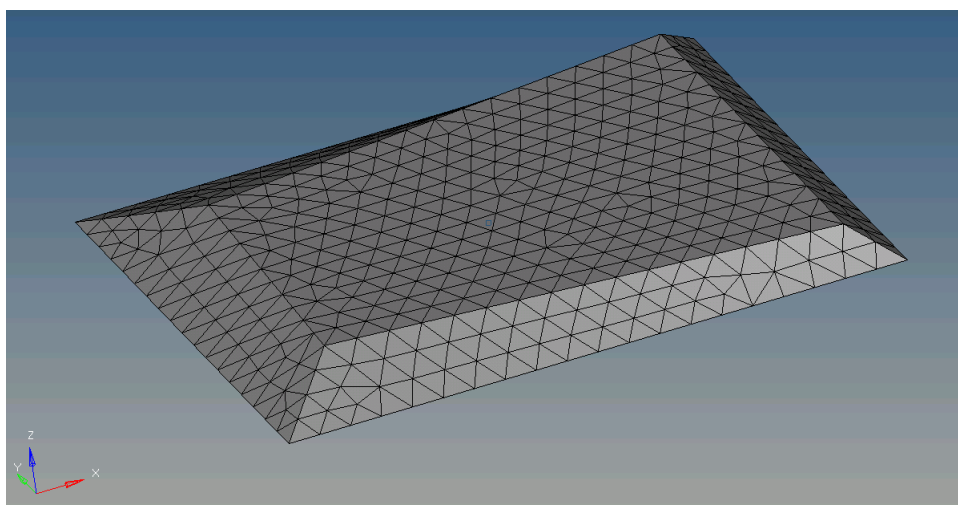


FIGURE 7.1 – Visualisation de la surface de mesure.

## 7.2 Monopoles en champ libre

### 7.2.1 Définition de l'étude

Dans un premier temps, nous allons tester les méthodes d'identification sur le cas d'un ou plusieurs monopoles en champ libre. Nous considérons tout d'abord une étude faisant intervenir un monopole (figure 7.2). Ensuite, un second monopole en opposition de phase sera ajouté sur le même plan que le premier (figure 7.3). Pour finir, le second monopole sera placé sur un plan différent du premier de manière à simuler une source perturbatrice (figure 7.4). On notera que seule la surface de mesure pour la méthode iPTF apparait sur les figures.

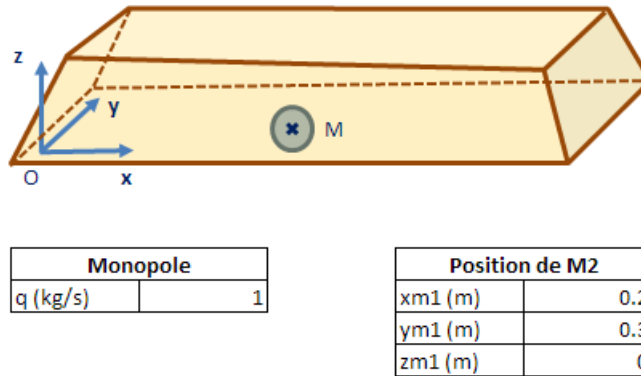
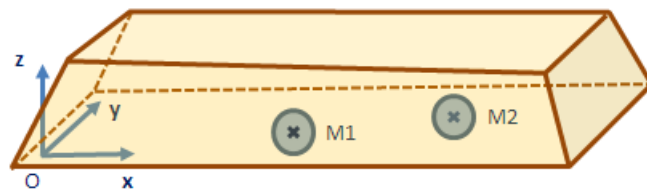


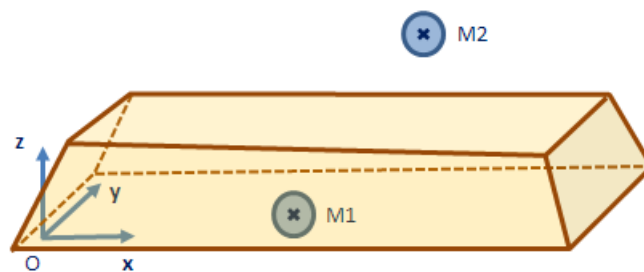
FIGURE 7.2 – Cas d'un monopole en champ libre.



Monopoles	
q1 (kg/s)	1
q2 (kg/s)	1

Position de M1	
xm1 (m)	0.2
ym1 (m)	0.3
zm1 (m)	0
Position de M2	
xm2 (m)	0.5
ym2 (m)	0.2
zm2 (m)	0

FIGURE 7.3 – Cas de deux monopoles sur un même plan en champ libre.



Monopoles	
q1 (kg/s)	1
q2 (kg/s)	1

Position de M1	
xm1 (m)	0.2
ym1 (m)	0.3
zm1 (m)	0
Position de M2	
xm2 (m)	0.5
ym2 (m)	0.2
zm2 (m)	0.08

FIGURE 7.4 – Cas de deux monopoles sur deux plans en champ libre.

## 7.2.2 NAH

### Monopole seul

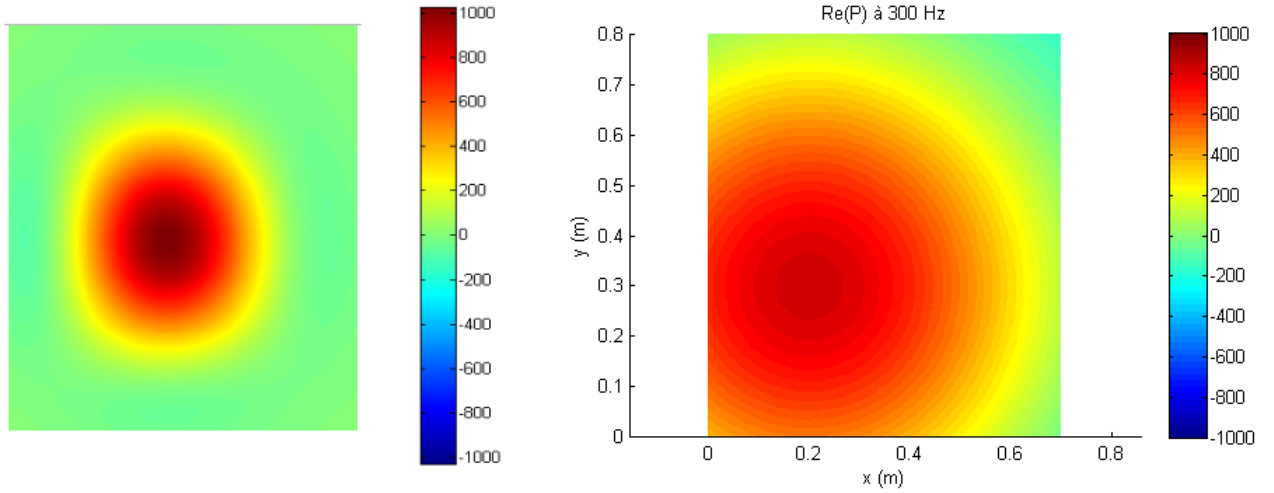


FIGURE 7.5 – Comparaison de la partie réelle de la pression (Pa) à 300 Hz pour un monopole. Surface identifiée par la méthode NAH à gauche et benchmark à droite.

La figure 7.5 montre l'identification du champ de pression d'un monopole en champ libre par la méthode NAH. On peut remarquer une différence notable entre les résultats donnés par le benchmark et l'identification. Non seulement la répartition du niveau de la pression est plus marquée pour la cartographie identifiée, mais la localisation du monopole n'est pas précise.

En revanche, la localisation du monopole est très bonne lorsque l'on identifie le champ de vitesse suivant  $z$  à partir de la pression mesurée (figure 7.6). On peut remarquer que la vitesse est un bon indicateur pour la position du monopole dans ce cas, mais que l'ordre de grandeur n'est pas respecté entre l'identification et le benchmark. En effet, la formulation analytique de la vitesse tend vers de grandes valeurs lorsque l'on se rapproche de la position du monopole ( $r = 0$  dans l'équation 2.13).

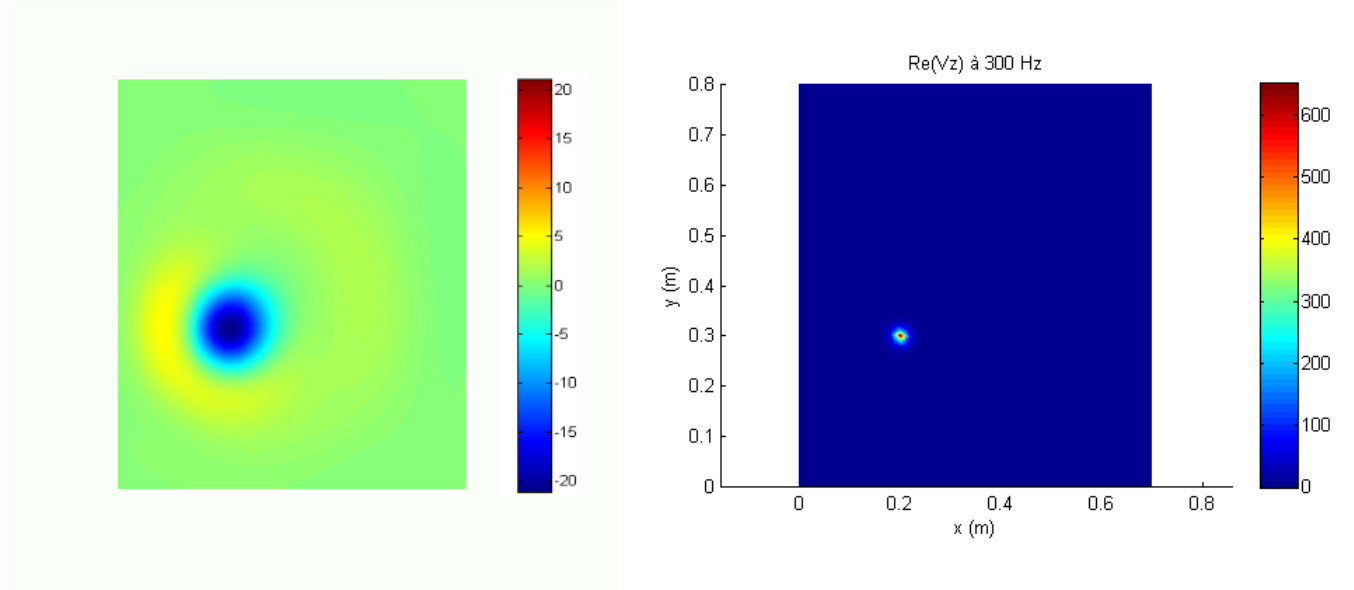


FIGURE 7.6 – Comparaison de la partie réelle de la vitesse normale ( $m/s$ ) identifiée à partir du champ de pression à 300 Hz pour un monopole. Surface identifiée par la méthode NAH à gauche et benchmark à droite.

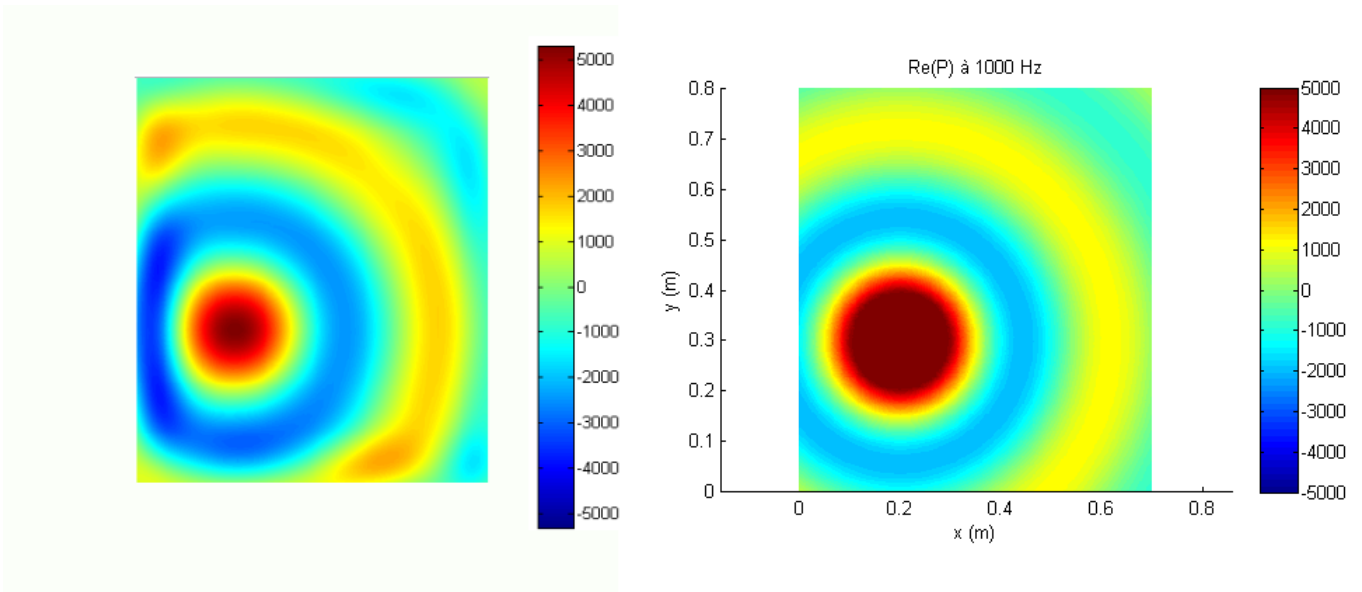


FIGURE 7.7 – Comparaison de la partie réelle de la pression ( $Pa$ ) identifiée à 1000 Hz pour un monopole. Surface identifiée par la méthode NAH à gauche et benchmark à droite.

Par la suite, l'identification du champ de pression à 1000 Hz a été comparée avec les résultats analytiques (figure 7.7). On peut noter que la méthode NAH est plus précise pour cette fréquence. Le niveau de pression identifié ainsi que la position du monopole sont relativement proches de la référence. Il en est de même pour l'identification sur les vitesses suivant  $z$  (figure 7.8). Bien que les niveaux ne soient pas respectés, on peut noter que la précision sur la position du monopole est encore meilleure à cette fréquence.

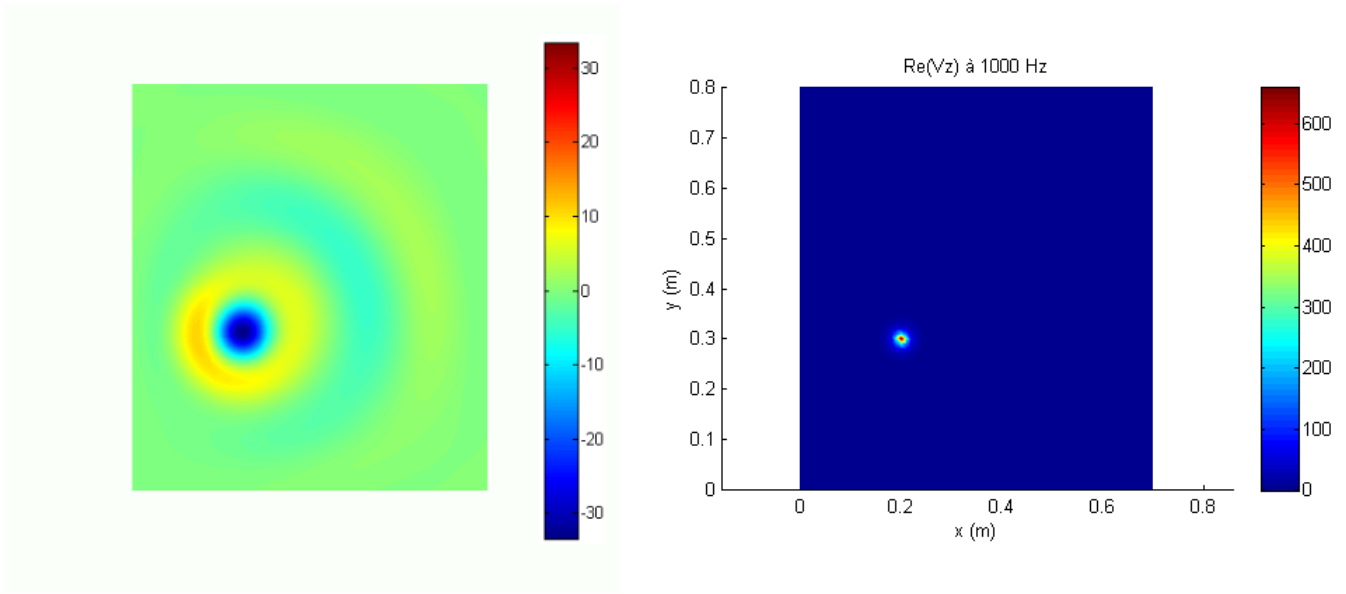


FIGURE 7.8 – Comparaison de la partie réelle de la vitesse normale ( $m/s$ ) identifiée à partir du champ de pression à 1000 Hz pour un monopole. Surface identifiée par la méthode NAH à gauche et benchmark à droite.



## Deux monopoles sur un même plan

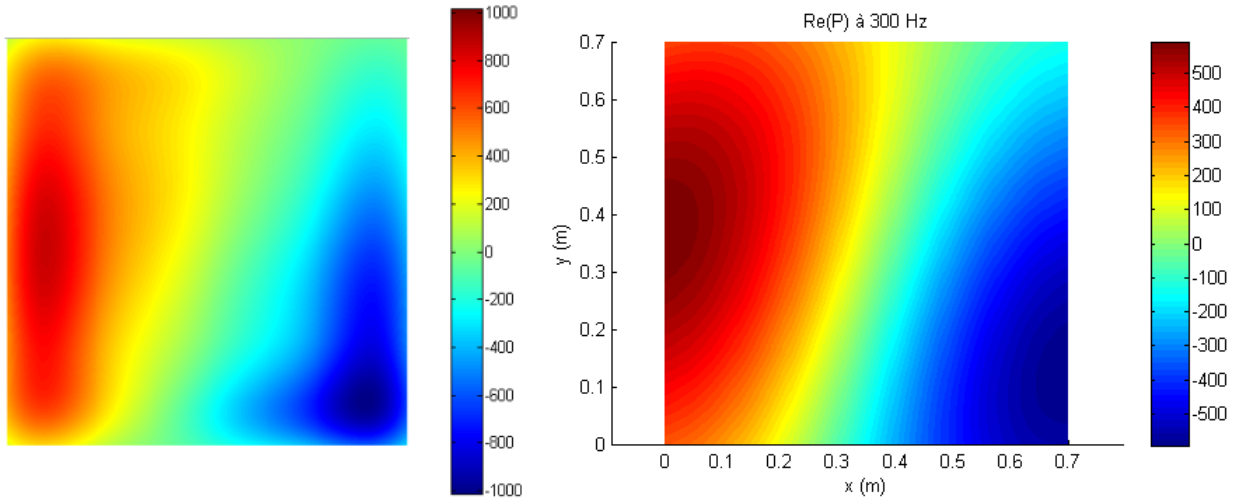


FIGURE 7.9 – Comparaison de la partie réelle de la pression à 300 Hz pour deux monopoles en opposition de phase sur un même plan. Surface identifiée par la méthode NAH à gauche et benchmark à droite.

La figure 7.9 montre la comparaison du champ de pression à 300 Hz. Cette figure souligne la difficulté de la méthode NAH à reconstituer des champs de pressions étendus pour lesquels des pressions élevées sont présentes sur les bords de la surface de mesure. En effet, la cartographie de pression identifiée présente de grandes différences avec celle de référence. On peut remarquer que l'opposition de phase est tout de même respectée.

La même comparaison est effectuée pour une fréquence de 1000 Hz (figure 7.10). On peut remarquer que les maxima de pression sont respectés en terme de localisation, bien que la norme de la pression soit plus forte sur la référence. De plus, la pression est plus étendue sur la référence. Cette figure nous montre que la NAH retranscrit difficilement les faibles variations de pressions que l'on devrait voir apparaître autour de la position des monopoles.

En ce qui concerne la reconstitution du champ de vitesses à partir de la pression (figure 7.11), les conclusions sont les mêmes que pour les cartographies avec un monopole : la localisation est bonne mais les grandeurs sont faussées.

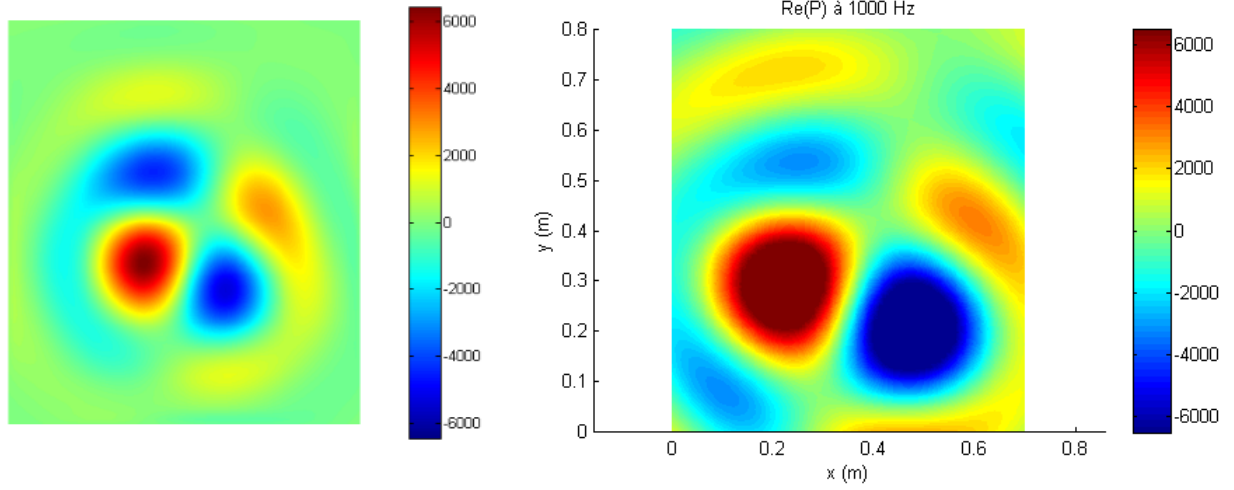


FIGURE 7.10 – Comparaison de la partie réelle de la pression ( $Pa$ ) à 1000 Hz pour deux monopoles en opposition de phase. Surface identifiée par la méthode NAH à gauche et benchmark à droite.

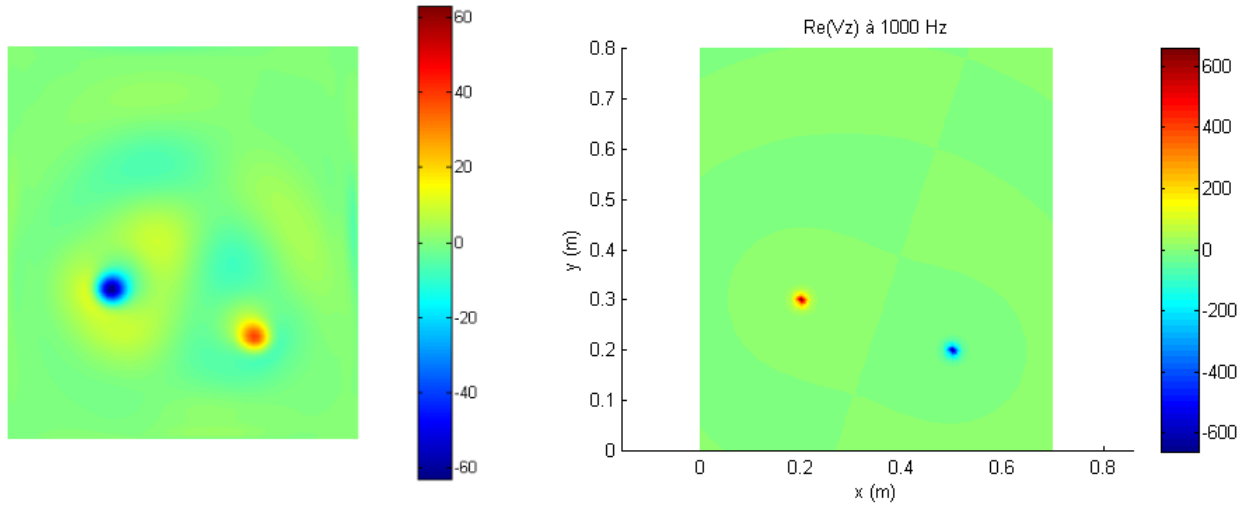


FIGURE 7.11 – Comparaison de la partie réelle de la vitesse ( $m/s$ ) à 1000 Hz pour deux monopoles en opposition de phase. Surface identifiée par la méthode NAH à gauche et benchmark à droite.

## Deux monopoles hors plan

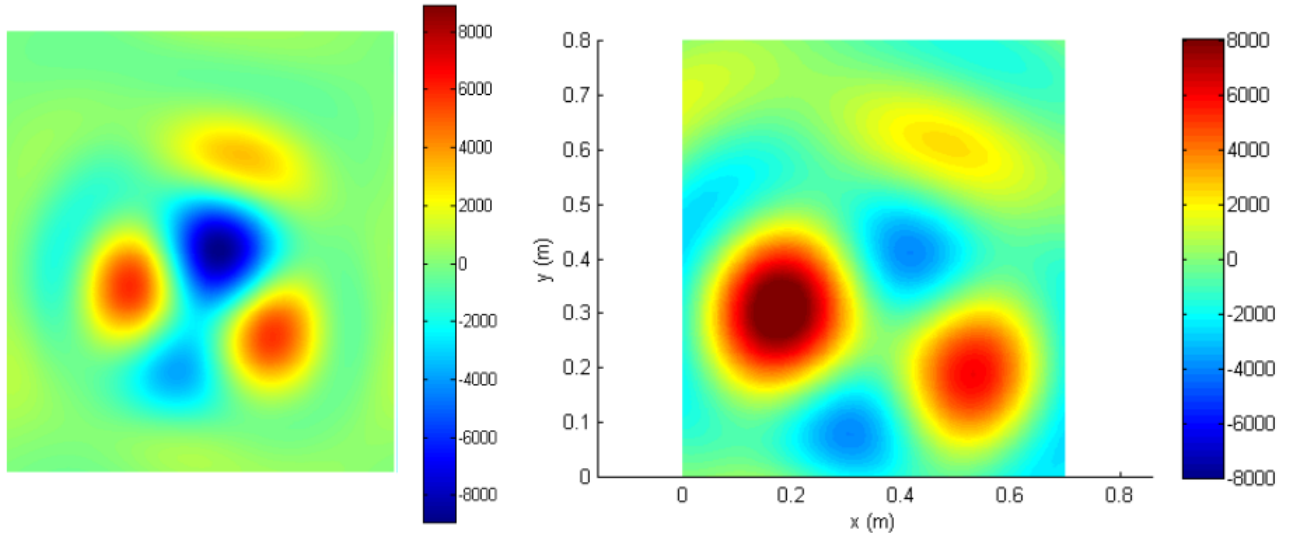


FIGURE 7.12 – Comparaison de la partie réelle de la pression ( $Pa$ ) à 1000 Hz pour deux monopoles hors plan. Surface identifiée par la méthode NAH à gauche et benchmark à droite.

La figure 7.12 montre la reconstitution du champ de pression rayonné par deux monopoles sur des plans différents à 1000 Hz. Sur la cartographie de référence, on remarque clairement la position du monopole situé sur le plan de référence ainsi que la contribution plus faible du monopole hors plan. En revanche, la méthode NAH donne des pressions équivalentes pour les deux monopoles. De même, on observe une erreur sur la reconstitution du champ de vitesse à partir de la pression (figure 7.13). En effet, la référence montre clairement la présence d'un seul monopole ainsi qu'une perturbation (beaucoup plus faible) induite par le second monopole. Cela n'est pas le cas dans le champ reconstitué par la méthode NAH : on voit clairement deux monopoles. De plus, le monopole qui ne devrait pas apparaître (hors plan) a une vitesse supérieure à celui qui est situé sur le plan de référence.

Ces erreurs montrent une des limites de la méthode NAH. En effet, la mé-

thode est valable uniquement si les sources se trouvent du "même côté" par rapport au plan de mesure. Le second monopole agit ici comme une source perturbatrice puisque les ondes de pression générées arrivent du coté opposé à celles du monopole situé dans le plan de référence. La méthode NAH ne fait pas la différence entre le champ entrant et sortant, ainsi tout ce qui est mesuré est rétropropagé. Cela explique les erreurs que nous observons ici. On peut souligner le fait que si une méthode holographique à séparation de champs avait été utilisée, les résultats seraient en théorie justes puisque la contribution du monopole hors plan n'aurait pas été rétropropagée sur le plan de référence.

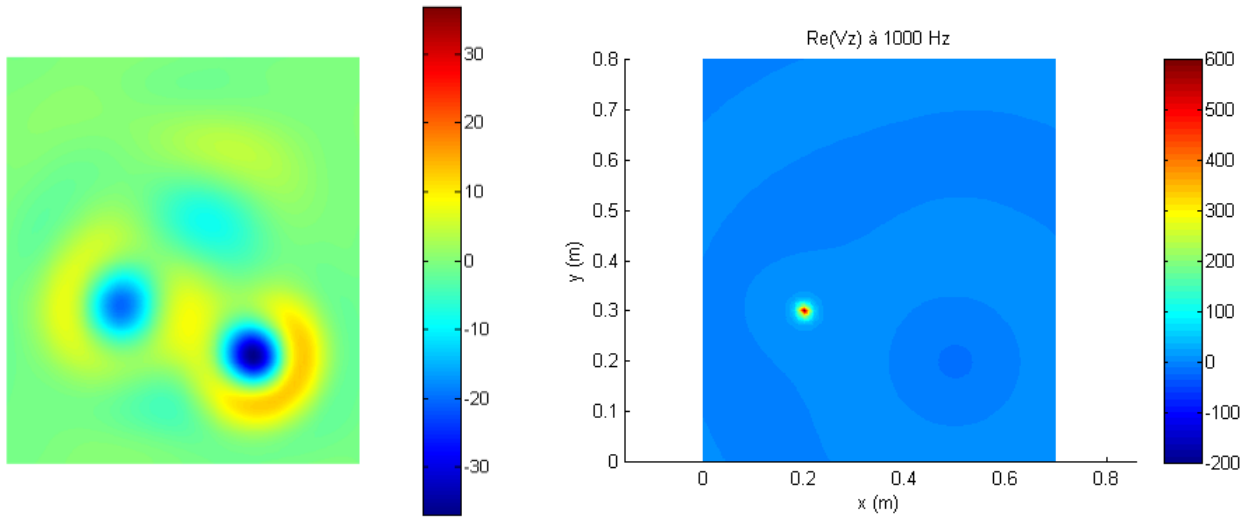


FIGURE 7.13 – Comparaison de la partie réelle de la vitesse ( $m/s$ ) à 1000 Hz pour deux monopoles hors plan. Surface identifiée par la méthode NAH à gauche et benchmark à droite.

### 7.2.3 iPTF

Comme nous allons le voir, la méthode iPTF donne de bons résultats sur la reconstitution des champs de pression et vitesse de monopoles en champ libre. Le cas faisant apparaître un seul monopole n'apparaît donc pas dans ce rapport.

#### Deux monopoles sur un même plan

Les cartographies faisant intervenir deux monopoles dans un même plan ont été comparées pour trois grandeurs différentes : la pression, la vitesse normale et l'intensité normale. La figure 7.14 montre la comparaison entre les champs identifiés et les champs de référence à 500 Hz. Les résultats obtenus en terme de reconstitution sont très bons avec la méthode iPTF. On remarque que pour chaque cartographie, l'ordre de grandeur, les phases et la localisation des monopoles sont respectées. Les mêmes cartographies ont été comparées à 2000 Hz et les résultats sont très convaincants.

#### Deux monopoles hors plan

Comme vu précédemment, cette étude implique un monopole dans le plan de référence et un monopole à l'extérieur de la surface de mesure. Le second monopole vient donc perturber les mesures et la difficulté relève de la capacité de la méthode d'identification à séparer les champs entrant et sortant.

La figure 7.15 fait apparaître les cartographies identifiées et de référence à 2000 Hz. On remarque encore une fois que les résultats sont très proches des références. Contrairement à la méthode NAH, on voit clairement que la méthode iPTF arrive à localiser le monopole sur le plan de référence sans être influencée par le monopole perturbateur.

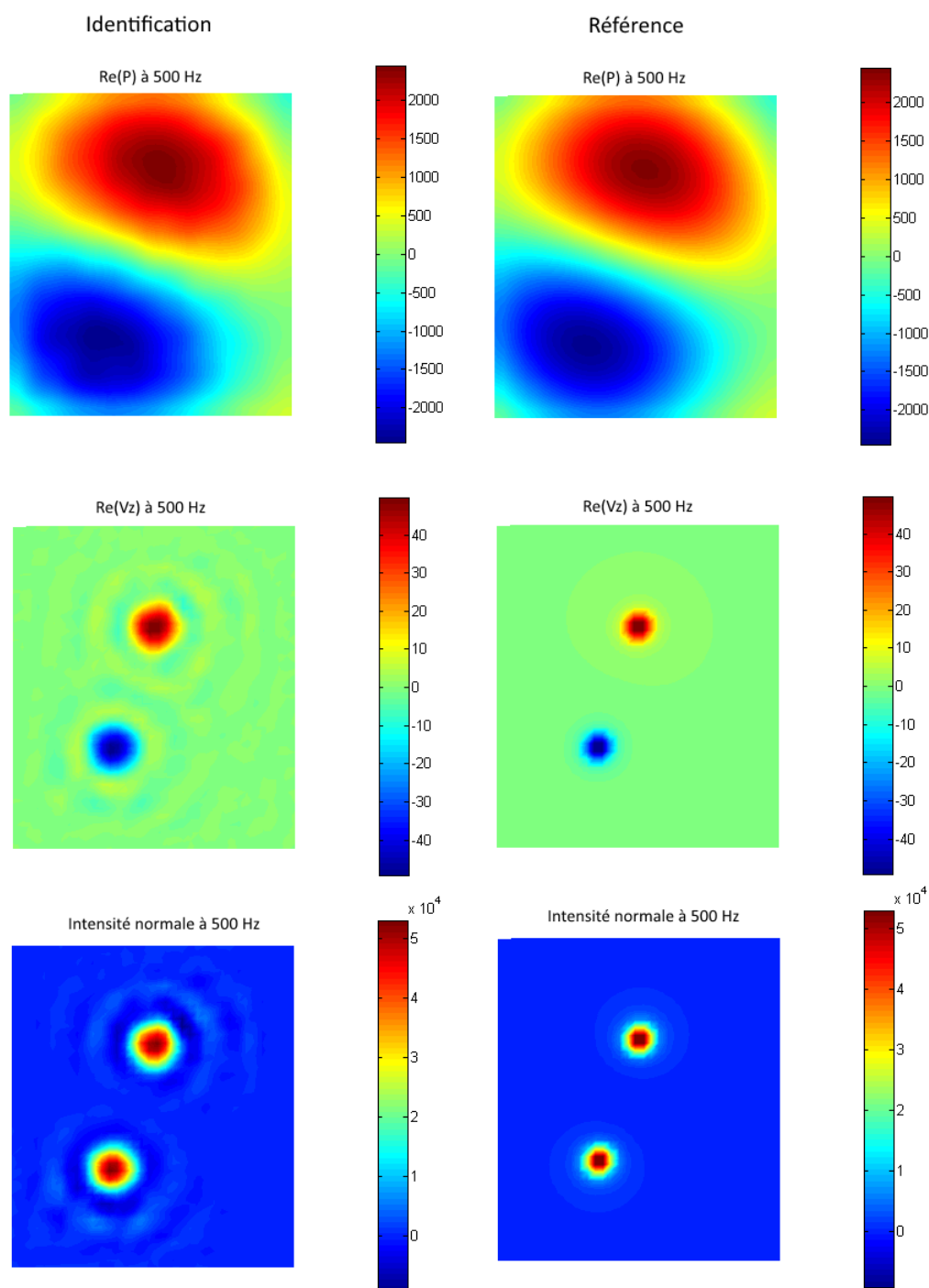


FIGURE 7.14 – Comparaison entre les cartographies identifiées par la méthode iPTF et les benchmarks à 500 Hz pour l'étude avec deux monopoles dans le même plan. De haut en bas, cartographie de pression ( $Pa$ ), de vitesse normale ( $m/s$ ) et de l'intensité normale ( $W/m^2$ ).

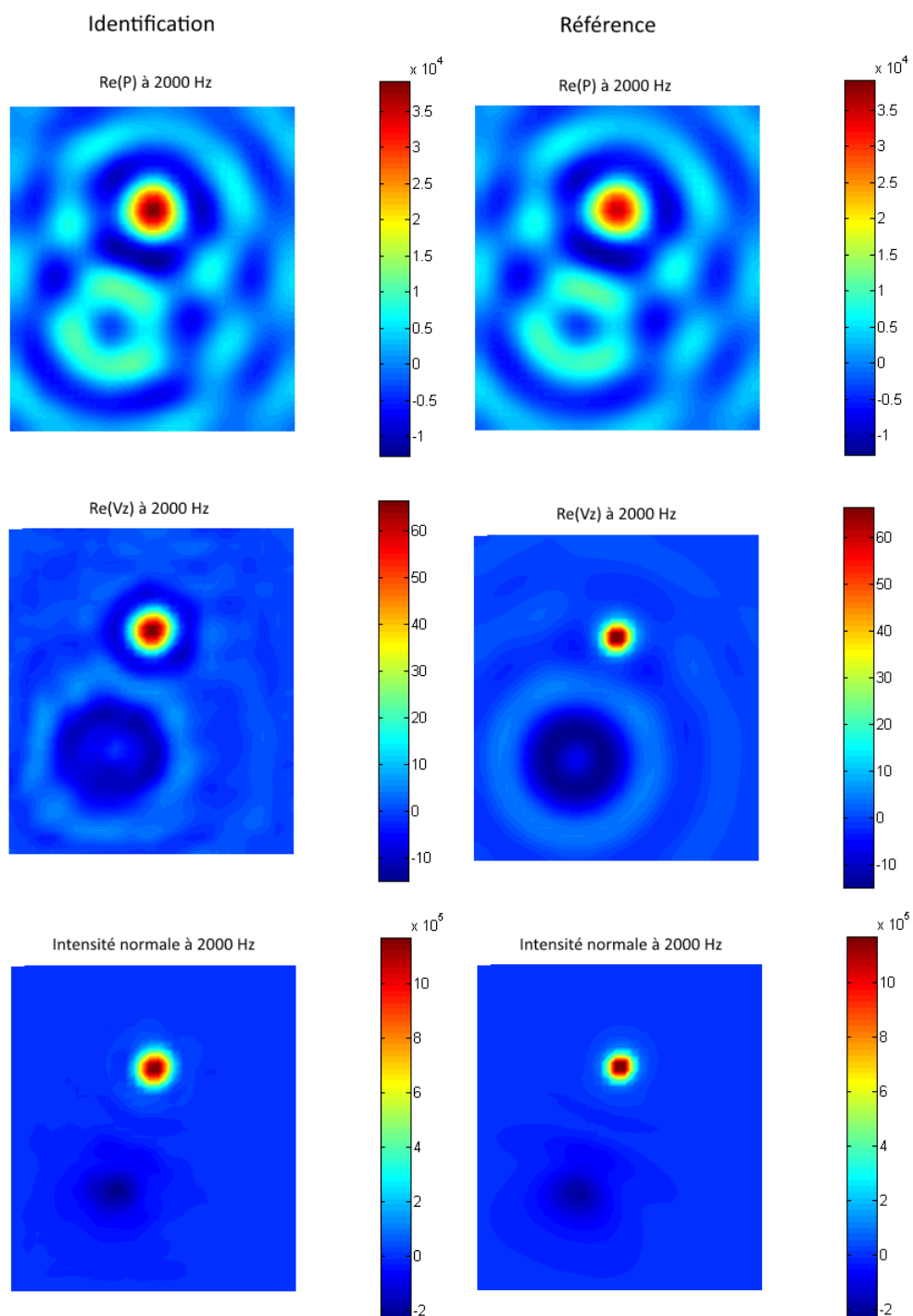
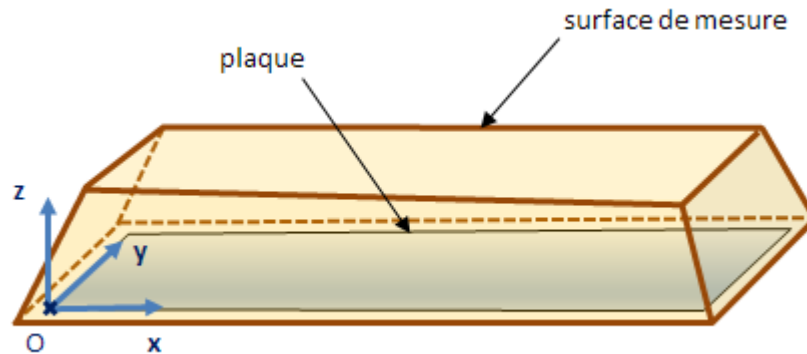


FIGURE 7.15 – Comparaison entre les cartographies identifiées par la méthode iPTF et les benchmarks à 2000 Hz pour l'étude avec deux monopoles hors plan. De haut en bas, cartographie de pression ( $Pa$ ), de la vitesse normale ( $m/s$ ) et de l'intensité normale ( $W/m^2$ ).

## 7.3 Plaque bafflée en champ libre

Le benchmark mis en œuvre est le cas de la plaque bafflée en champ libre. Les coordonnées des points de mesure sont référencés par rapport à l'origine de la plaque définie (figure 7.16).



Dimensions	
Lx (m)	0.7
Ly (m)	0.6
h (m)	0.005
Matériau	
E (Pa)	2.10E+11
$\rho$ (kg/m3)	7800
$\nu$	0.3
$\eta$	0.01

Effort	
F0 (N)	1
x0 (m)	0.115
y0 (m)	0.09
Incrément spatiaux	
$\Delta x$ (m)	0.01
$\Delta y$ (m)	0.01

FIGURE 7.16 – Cas de la plaque bafflée en champ libre.

### 7.3.1 Comparaison à 300 Hz

Nous allons ici comparer les résultats obtenus avec les deux méthodes d'identification et les benchmarks numériques donnés par notre code de calcul. La fréquence d'étude est fixée à 300 Hz. Les grandeurs comparées sont les parties réelles sauf si indication contraire.

**iPTF** Les calculs sont effectués à partir des mesures de pression et de vitesse sur les surfaces de mesure définie dans la figure 7.1. Dans la pratique,



ces grandeurs seraient obtenues grâce à une mesure par un réseau de microphones. Dans notre cas, les mesures sont simulées par le code de calcul.

La méthode iPTF fait appel à une régularisation par la méthode de Tikhonov [1]. Le critère de régularisation  $\beta$  est généralement obtenu par la méthode de maximisation de la courbure de la courbe en L. Cependant, il a été montré [11] qu'une valeur de  $\beta$  prise pour des maximums locaux peut parfois donner de meilleurs résultats. La figure 7.17 montre le maximum global choisi par défaut et les solutions alternatives correspondant aux maximums locaux.

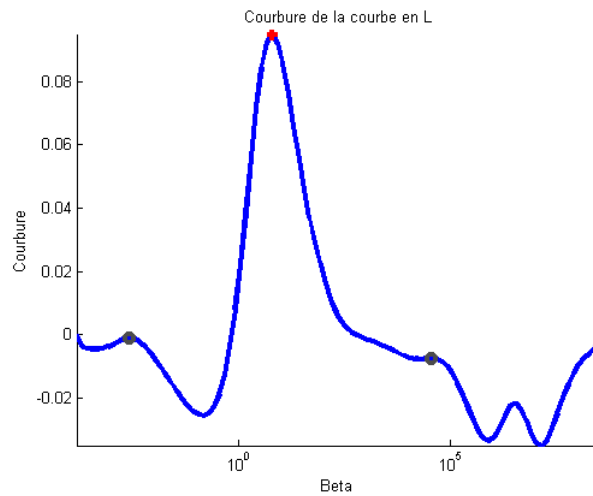


FIGURE 7.17 – Courbure de la courbe en L en fonction du paramètre de régularisation. Point rouge : maximum global - Points noirs : maximums locaux

Dans un premier temps, le paramètre de régularisation est choisi pour le maximum de la courbure de la courbe en L (point rouge sur la figure 7.17). On obtient les résultats présentés sur la figure 7.18 pour la pression et figure 7.19 pour la vitesse.

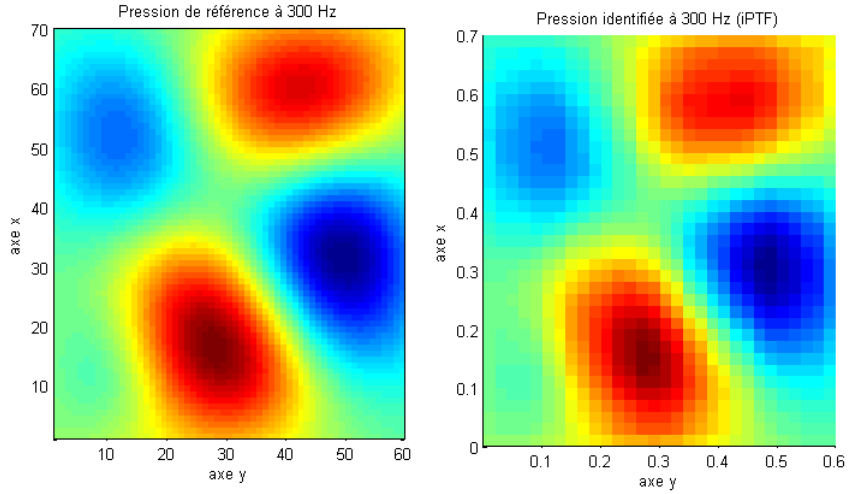


FIGURE 7.18 – A gauche la pression de référence calculée par le code de calcul, à droite la pression pariétale identifiée par la méthode iPTF avec le critère de maximum global de la courbe en L

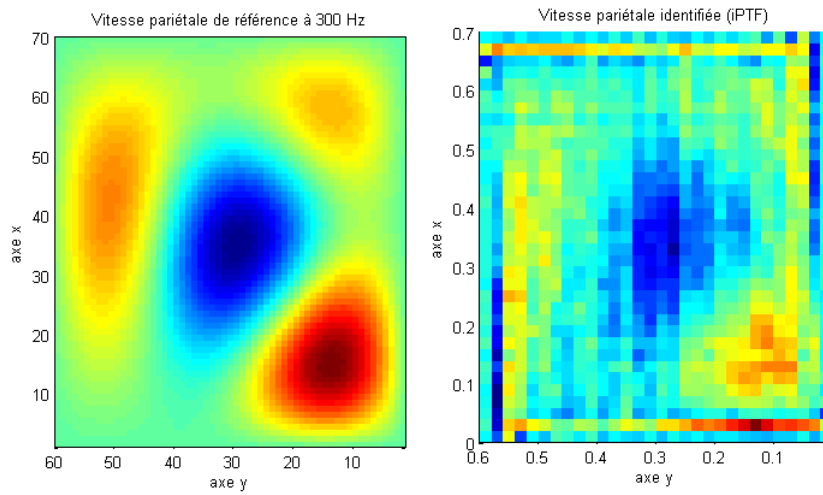


FIGURE 7.19 – A gauche la vitesse pariétale de référence calculée par le code de calcul, à droite la vitesse identifiée par la méthode iPTF avec le critère de maximum global de la courbe en L

La pression identifiée donne un résultat très proche de la pression de référence. En revanche, nous voyons que le calcul de la vitesse identifiée ne donne pas des résultats cohérents avec la référence. Non seulement les ventres de pressions ne sont pas identifiés clairement mais des effets de bords se font ressentir. On peut penser que ces erreurs viennent d'un mauvais choix du paramètre de régularisation. La comparaison est alors faite avec le paramètre  $\beta$  (paramètre de régularisation) pris pour un maximum local de la courbure de la courbe en L (figure 7.20). On remarque que les résultats sont nettement meilleurs bien que les maximums de vitesses soient légèrement décalés. La comparaison de la pression pour ce critère n'est pas montrée mais elle donne des résultats similaires à ceux précédents. On voit donc l'importance du choix du critère de régularisation sur la validité des résultats obtenus.

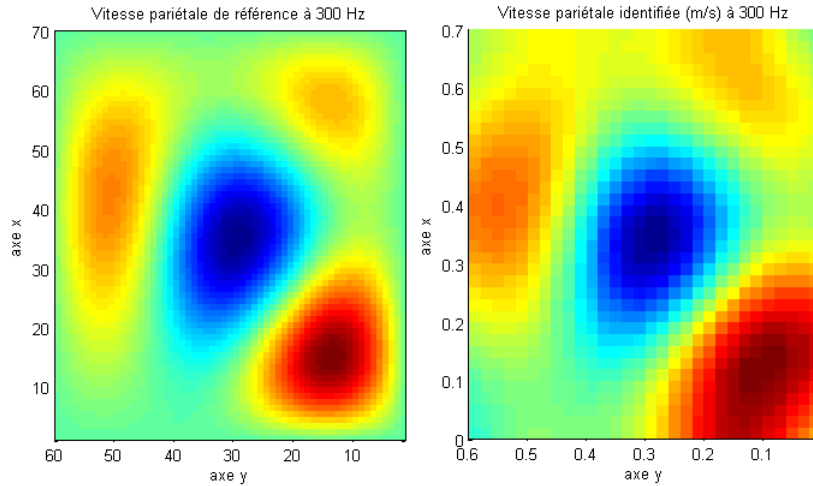


FIGURE 7.20 – A gauche la vitesse pariétale de référence (m/s) calculée par le code de calcul, à droite la vitesse identifiée (m/s) par la méthode iPTF avec  $\beta$  pris pour le premier maximum local de la courbure de la courbe en L

Dans un deuxième temps, nous testons une autre méthode de choix du critère de régularisation. Cette méthode consiste à pondérer la courbure maximale de la courbe en L par le ratio de la puissance identifiée sur la puissance de référence [11] (figure 7.21).

La comparaison des pressions et des vitesses avec ce critère de régularisation est donnée par la figure 7.22.

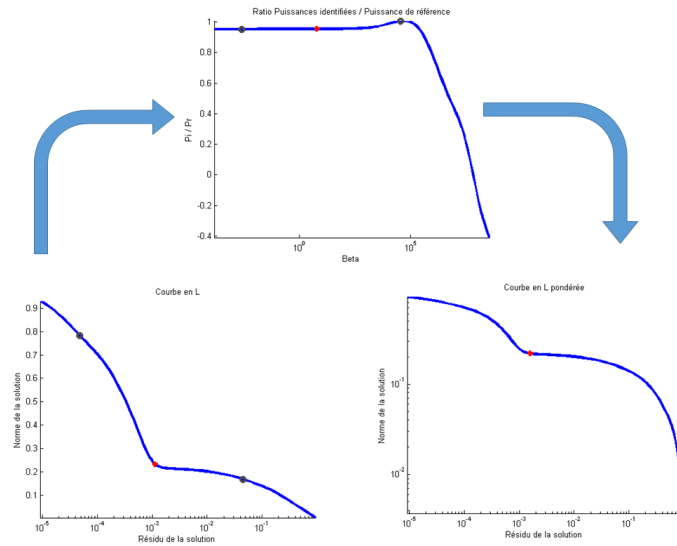


FIGURE 7.21 – Illustration de la pondération de la courbe en L par le ratio des puissances : le maximum global est décalé (point rouge)

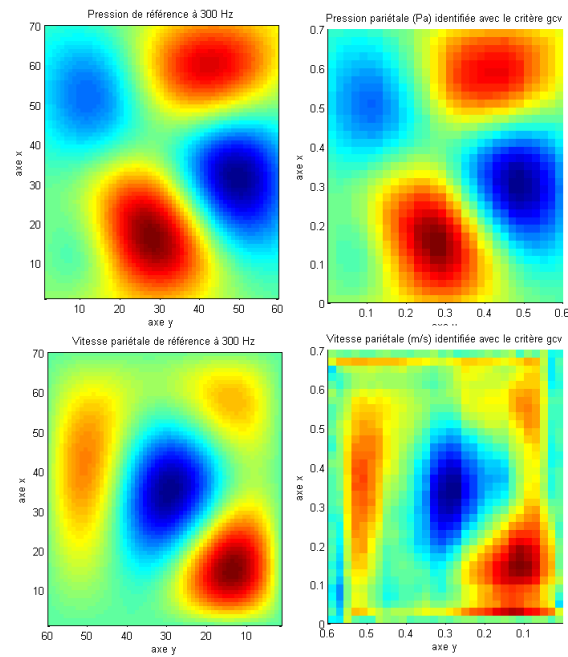


FIGURE 7.22 – Comparaison des champs de pression et de vitesse avec le critère GCV. Grandeurs de références à gauche et grandeurs identifiées (iPTF) à droite.

On remarque que la comparaison de la méthode inverse avec les benchmarks soulève certaines réflexions, notamment par rapport au paramètre de régularisation. Un avantage majeur est aussi de pouvoir traiter le même problème avec des configurations différentes sans pour autant avoir à refaire des mesures physiques. Cela nous a permis de tester la méthode iPTF sur une plaque plus petite (voir figure 7.23).

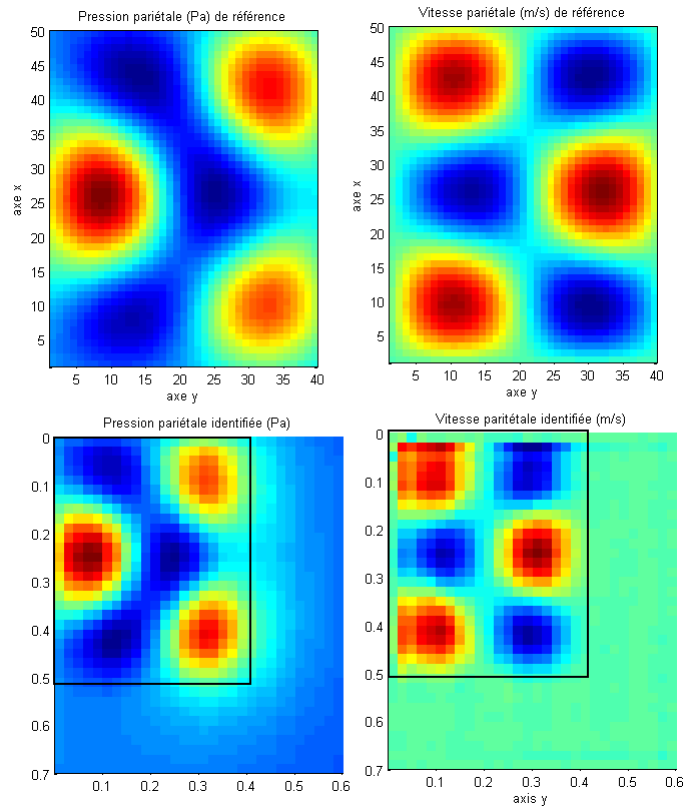


FIGURE 7.23 – Comparaison des pressions et vitesse identifiées(iPTF) et de référence pour une plaque  $0.5 \times 0.4$ .

## NAH

Dans cette partie, la méthode NAH sera comparée aux benchmarks numériques. Le calcul d'identification est lancé avec comme paramètres d'entrées les pressions et vitesses mesurées sur la surface de mesure.

Dans un premier temps, le champ de pression pariétal est reconstruit à partir du champ de pression mesuré. Il en est de même pour le champs de vitesse.

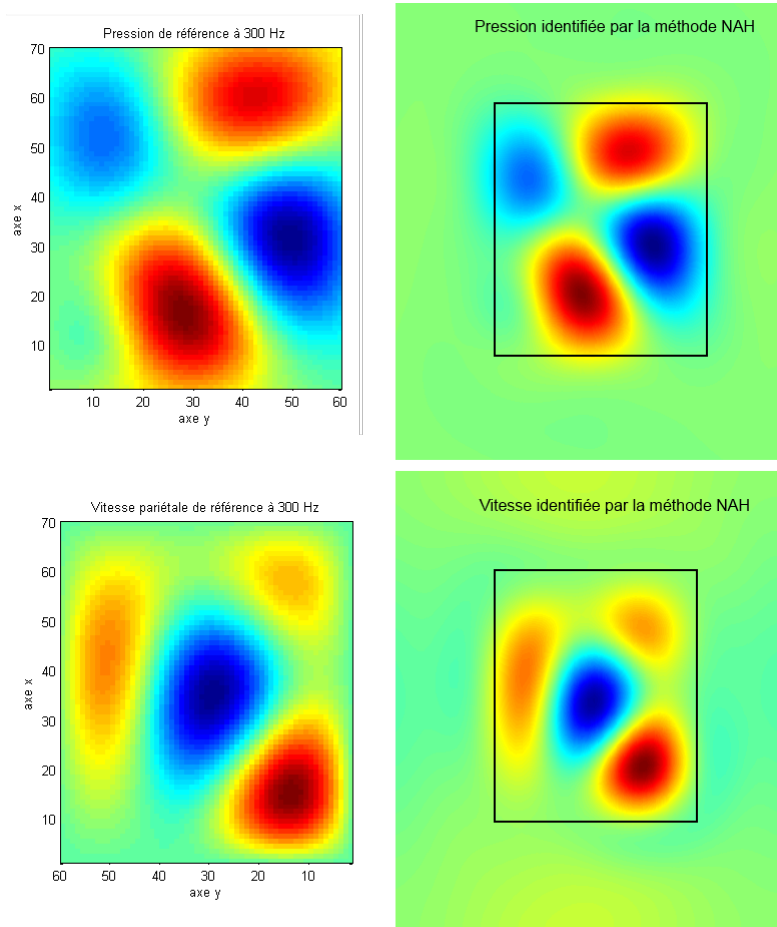


FIGURE 7.24 – Comparaison des pressions ( $Pa$ ) et vitesses ( $m/s$ ) identifiées et de référence par la méthode NAH à 300 Hz

Cela permet de ne pas utiliser la conversion Pression  $\rightarrow$  Vitesse (et inversement). Une pondération de Hanning est tout de même utilisée pour éviter les erreurs dues aux discontinuités des pressions. De plus, un filtre de rétro-propagation est appliqué de façon à limiter l'influence des hautes fréquences. Les résultats sont comparés dans la figure 7.24.

Les résultats obtenus sont très proches des références aussi bien pour la vitesse que pour la pression. Nous nous intéressons cette fois à reconstruire le champ de pression à partir du champ de vitesse mesuré. Cette fois-ci l'équation d'Euler appliquée au domaine des nombres d'ondes spatiaux sera utilisée.

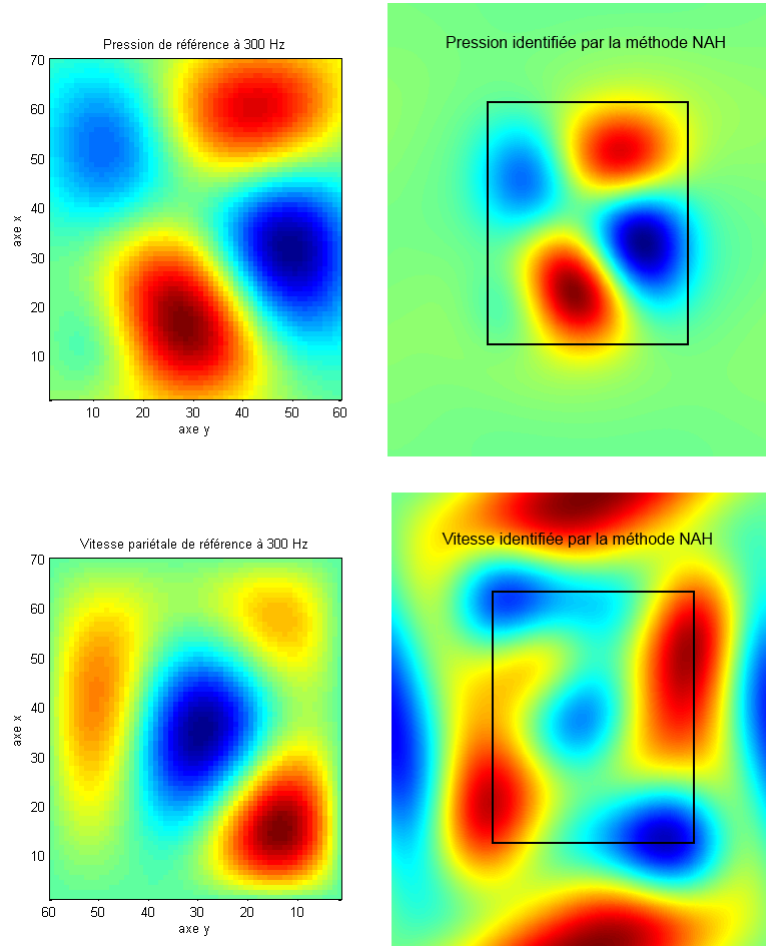


FIGURE 7.25 – Comparaison des pressions ( $Pa$ ) et vitesses identifiées ( $m/s$ ) par la méthode NAH. Le champ de pression est obtenu à partir de la vitesse mesurée et le champs vitesse à partir de la mesure de la pression.

Les résultats sont comparés dans la figure 7.25.

Le champ de pression est correctement retranscrit à partir de la vitesse, en revanche nous remarquons que le champs de vitesse identifié est complètement différent du champs de vitesse de référence. De plus, la vitesse devrait être nulle en dehors de la plaque, ce qui n'est pas le cas ici. Cela est du au limite de la méthode NAH en basse fréquence. [12]

Dans la figure 7.25 les parties réelles des grandeurs sont comparées. Or nous remarquons que la partie réelle de la vitesse identifiée est négligeable devant sa partie imaginaire, cela peut donc expliquer les différences trouvées. La comparaison avec les benchmarks nous permet donc de s'interroger sur la

validité des grandeurs comparées.

### 7.3.2 Comparaison à 1200 Hz

La fréquence d'étude est fixée à 1200 Hz dans toute cette partie. Cela nous permettra d'estimer les différences en plus haute fréquence par rapport aux comparaisons précédentes.

#### iPTF

Les comparaisons ici effectuées font parties des résultats de l'étude précédente, seule la fréquence de visualisation a changé. Une fois de plus, les champs de vitesse et de pression identifiés sont comparés aux benchmarks. Puisque nous avons vu que le choix du paramètre de régularisation est très important, nous comparons les résultats obtenus par la méthode du maximum de courbure de la courbe en L et celle utilisant la pondération par le ratio des puissances.

Contrairement aux résultats à 300 Hz, les deux méthodes donnent des résultats similaires (voir figure 7.26). Cela peut soulever l'hypothèse d'une convergence du choix des paramètres de régularisation pour les deux méthodes en hautes fréquences. Néanmoins, la reconstruction du champ de pression reste approximative. On remarque que les extremums de vitesse ne sont pas autant prononcés que sur la cartographie de référence. De plus, nous notons que des artefacts apparaissent sur les bords.



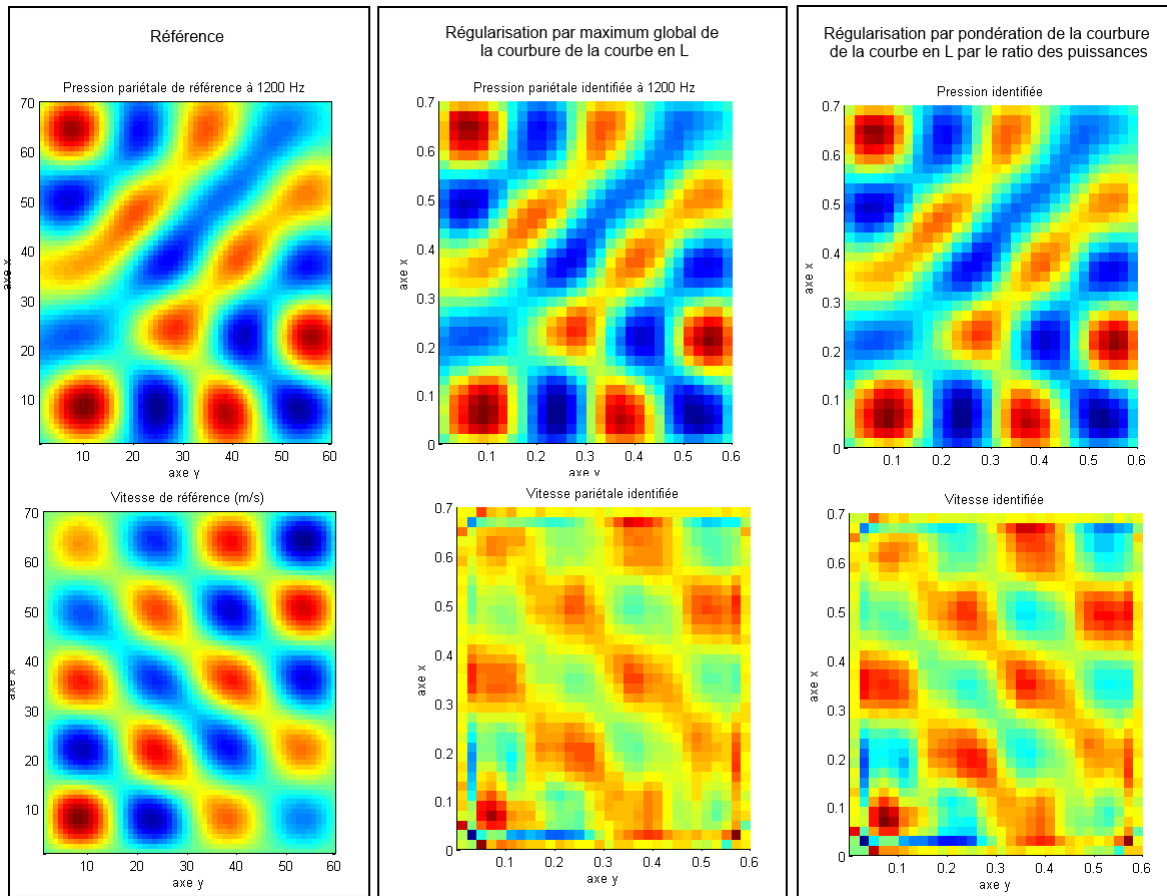


FIGURE 7.26 – Comparaison des pressions et vitesses identifiées par la méthode iPTF à 1200 Hz. Les deux choix du paramètre de régularisation sont proposés.

## NAH

Comme pour l'étude à 300 Hz, nous effectuons d'abord les retro-propagations directes des champs concerné pression  $\rightarrow$  pression et vitesse  $\rightarrow$  vitesse puis la retro-propagation croisée pression  $\rightarrow$  vitesse et vitesse  $\rightarrow$  pression. Les résultats sont affichés dans sur la figure 7.27 . Nous arrivons aux mêmes conclusions que pour la visualisation des cartographies à 300 Hz. En effet, les retro-propagations directes donnent des résultats satisfaisant en terme de cartographie. En revanche, la retro-propagation croisée pression  $\rightarrow$  vitesse est problématique.

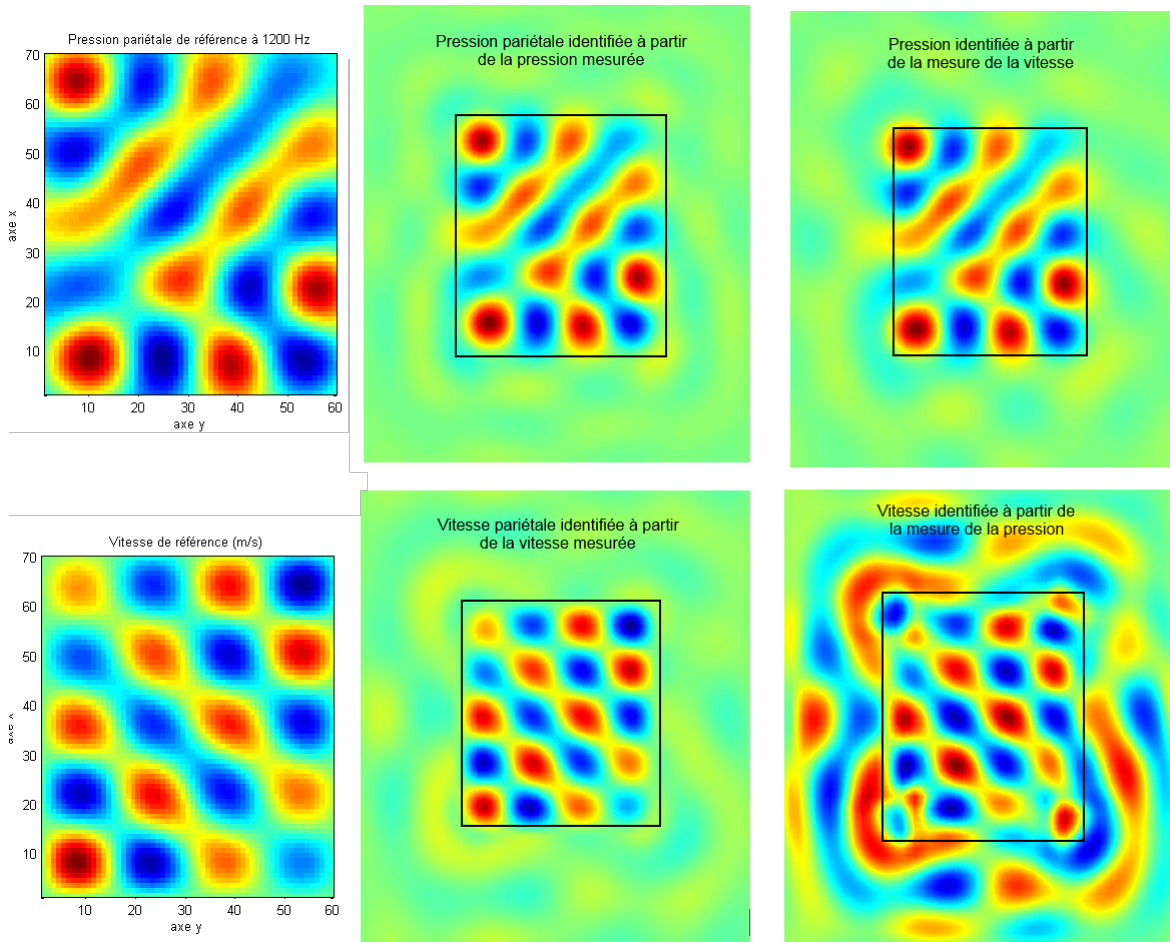


FIGURE 7.27 – Comparaison des pressions ( $Pa$ ) et vitesses ( $m/s$ ) identifiées par la méthode NAH à 1200 Hz.

Une fois de plus, nous pouvons nous demander si la comparaison effectuée

est pertinente. Pour cela, nous affichons sur la figure 7.28 les valeurs de la vitesse à phase maximale au lieu de la partie réelle de la vitesse. Pour obtenir cette cartographie, on fait varier la phase de la pression jusqu'à obtenir un maximum. Bien que le champ ne soit pas retranscrit de manière exacte, nous obtenons bien une vitesse nulle en dehors de la plaque ainsi qu'une cohérence des maxima de vitesse. Ainsi lorsque la vitesse est identifiée à partir de la mesure de la pression la comparaison des phases maximales est plus pertinente.

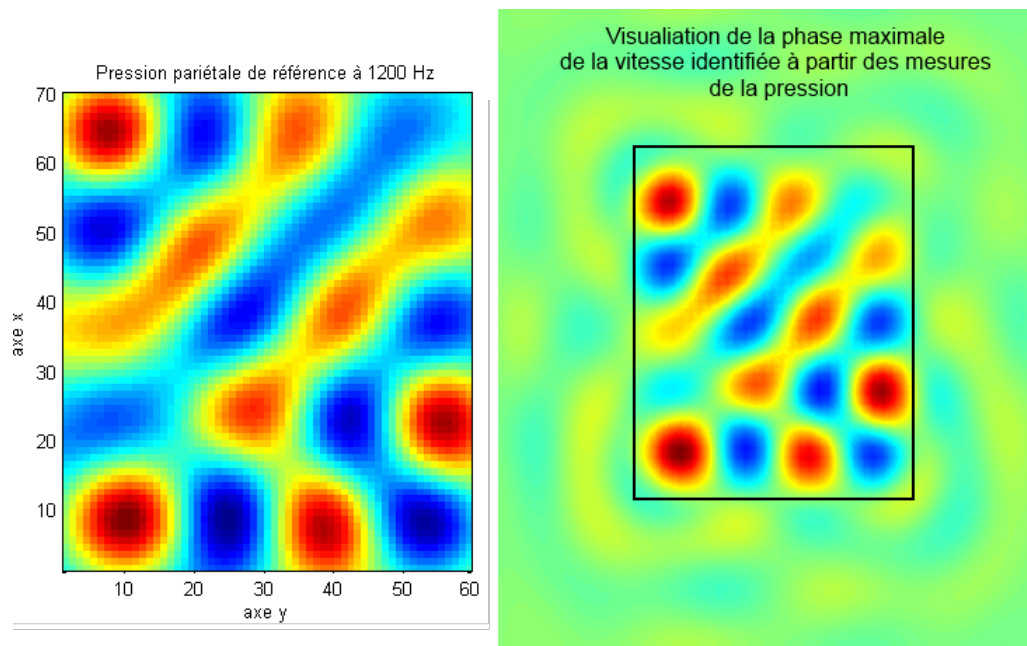
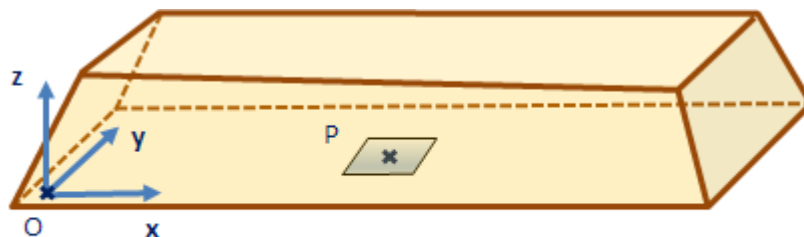


FIGURE 7.28 – Visualisation de la phase maximale de la vitesse identifiée par la méthode NAH à 1200 Hz.

## 7.4 Piston seul en champ libre

Par la suite, nous utilisons le benchmark du piston bafflé (figure 7.29). Comme le monopole, il s'agit d'une source localisée mais qui se distingue par ses propriétés de directivité. On peut imaginer que ce type de source est plus difficile à traiter que le monopole en champ libre.



Piston	
a (m)	0.05
b (m)	0.1
w (m)	0.005
$\alpha$	2
$\eta$	0.001

Position de P	
x <sub>p</sub> (m)	0.5
y <sub>p</sub> (m)	0.5
z <sub>p</sub> (m)	0

FIGURE 7.29 – Cas du piston en champ libre.

### 7.4.1 NAH

La méthode NAH a été appliquée pour reproduire les champs de pression et de vitesse. La figure 7.30 montre les résultats obtenus à 500 Hz. On remarque que la méthode NAH arrive à reconstruire le champ de pression correctement, aussi bien en terme de localisation que de grandeur. Néanmoins, les résultats pour la reconstruction du champ de vitesse ne sont pas aussi convaincants. En effet, on voit que ni la localisation, ni les grandeurs ne sont respectées pour cette fréquence.

### 7.4.2 iPTF

La même étude a été menée avec la méthode iPTF. Cette fois ci, nous comparons les résultats à 2000 Hz (voir figure 7.31). Nous voyons bien que cette méthode n'a aucune difficulté à reconstruire les champs de pression et de

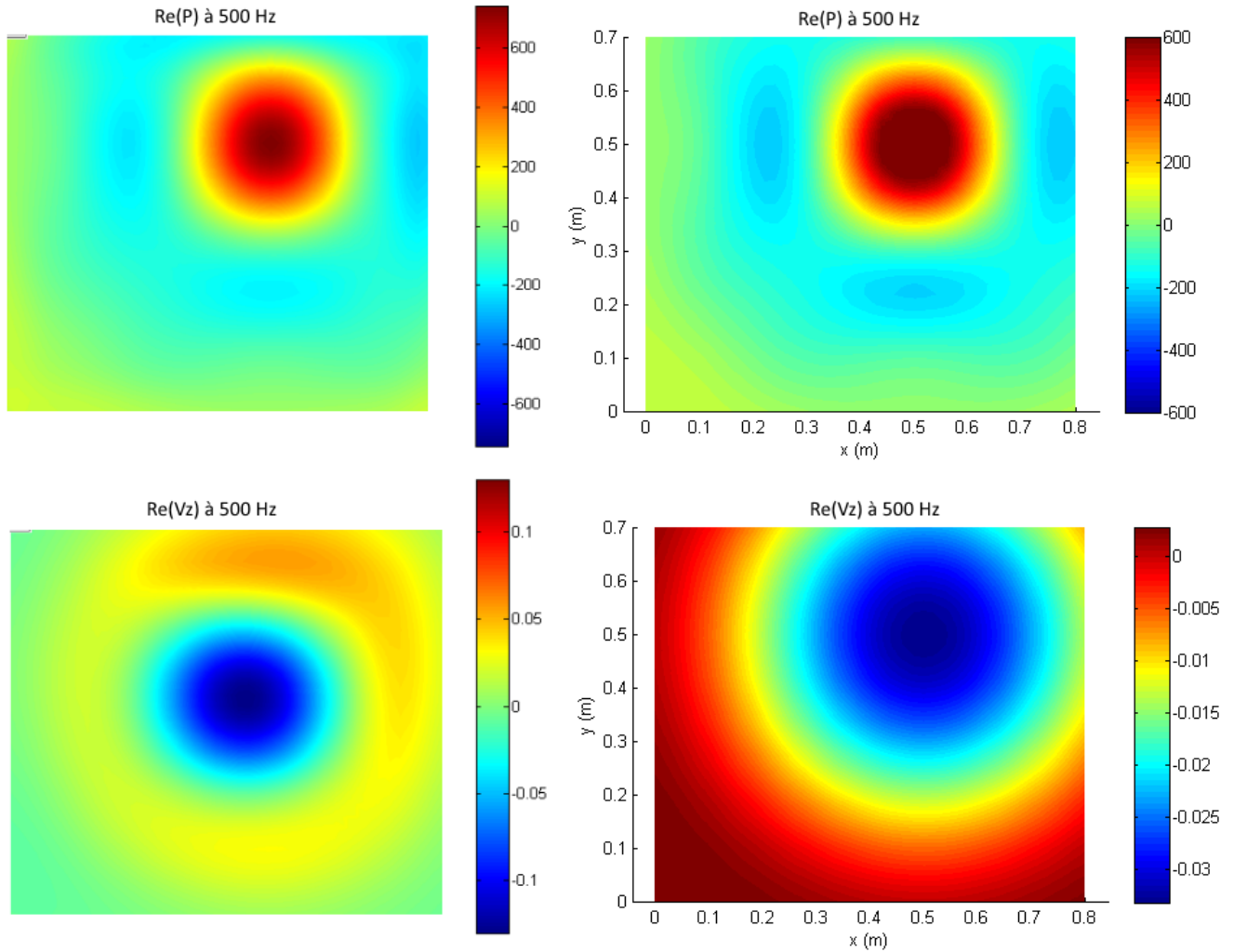


FIGURE 7.30 – Piston seul. En haut : comparaison des cartographies des pressions (Pa) à 500 Hz. En bas : comparaison des cartographies de vitesses normale (m/s) à 500 Hz. Résultats NAH à gauche et référence à droite

vitesse normale. La localisation ainsi que les grandeurs sont respectées. On peut nuancer ce résultat par l'apparition de légères fluctuations sur les cartographies identifiées.

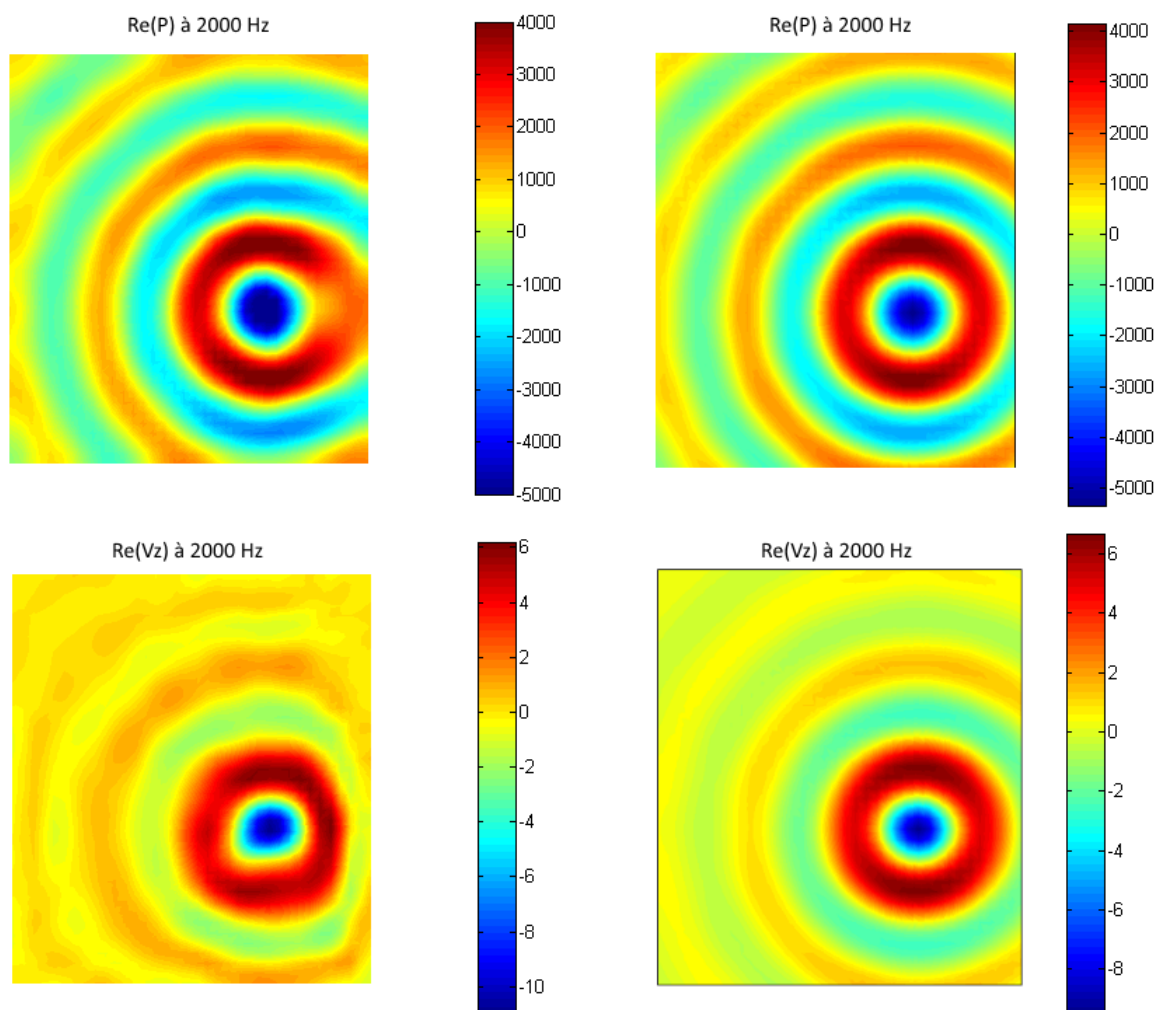
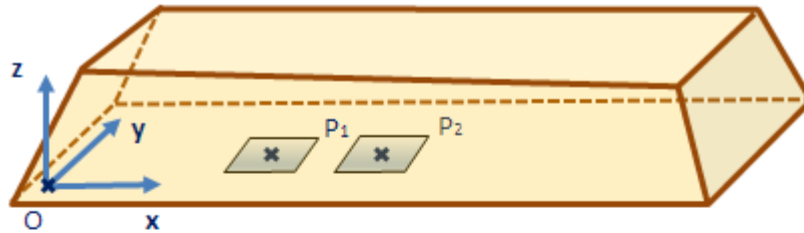


FIGURE 7.31 – Piston seul. En haut : comparaison des cartographies des pressions (Pa) à 2000 Hz. En bas : comparaison des cartographies de vitesses normale (m/s). Résultats iPTF à gauche et référence à droite

## 7.5 Deux pistons en champ libre

Par la suite, nous mettons en place deux benchmarks qui font intervenir deux pistons bafflés. Les pistons sont proches et en opposition de phase (figure 7.32) de manière à savoir si la méthode testée est capable de séparer deux sources qui sont proches.



Piston 1	
a (m)	0.05
b (m)	0.1
w (m)	0.005
$\alpha$	2
$\eta$	0.001

Position de P1	
x <sub>p1</sub> (m)	0.4
y <sub>p1</sub> (m)	0.45
z <sub>p1</sub> (m)	0

Piston 2	
a (m)	0.05
b (m)	0.1
w (m)	-0.005
$\alpha$	2
$\eta$	0.001

Position de P2	
x <sub>p2</sub> (m)	0.5
y <sub>p2</sub> (m)	0.45
z <sub>p2</sub> (m)	0

FIGURE 7.32 – Cas des deux pistons proches en champ libre.

### 7.5.1 NAH

La figure 7.33 montre les cartographies identifiées par la méthode NAH à 2000 Hz. Pour ce cas, on voit que les résultats sont corrects. Les variations de pression et de vitesse sont respectées. L'opposition de phase entre les deux pistons est également apparente.

Bien que ce cas comporte deux pistons, les résultats sont nettement meilleurs que pour le cas à un seul piston. Cela peut s'expliquer par le fait que nous observons des résultats à une fréquence plus élevée. En effet, la méthode NAH comporte des limites en basses fréquences.

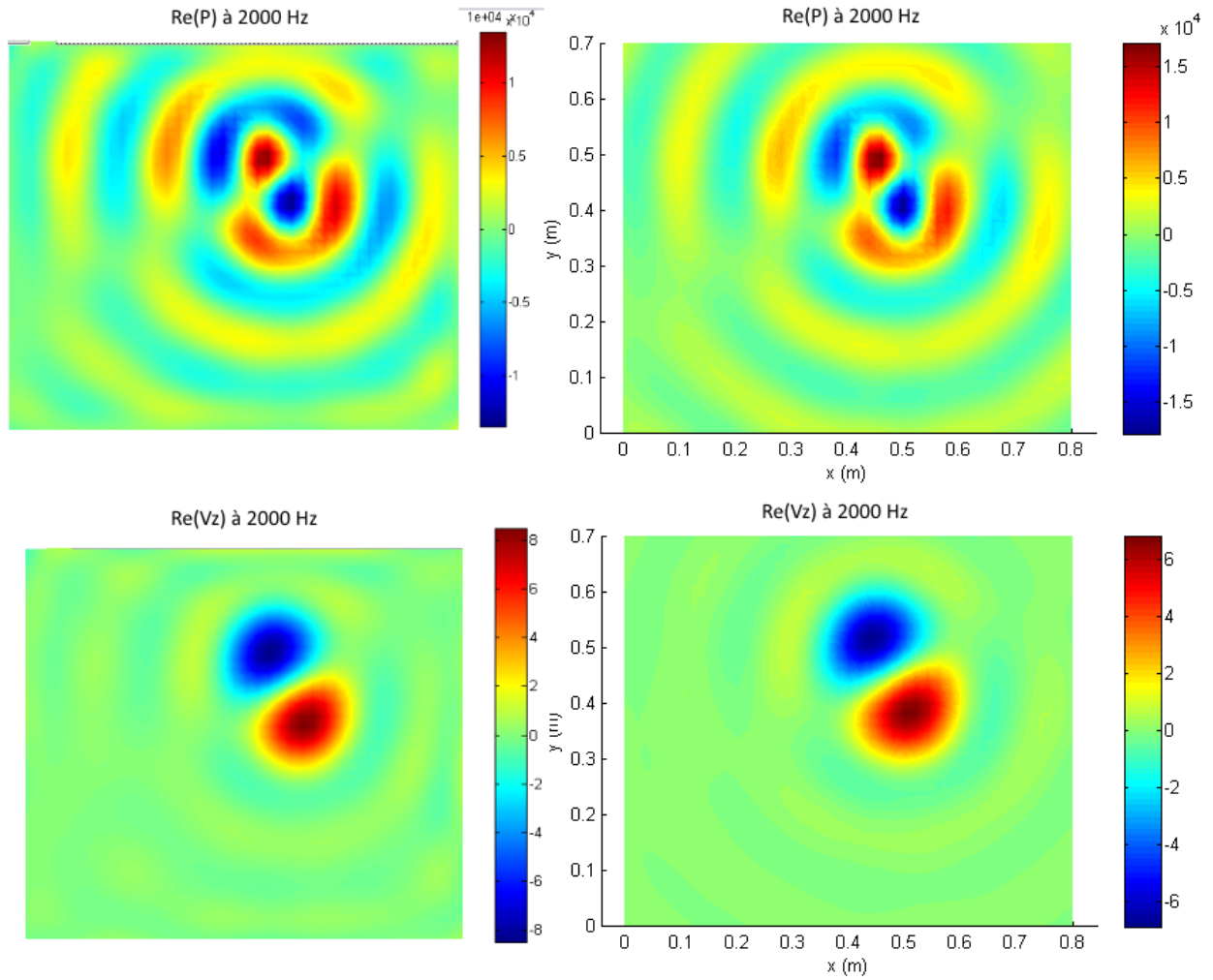


FIGURE 7.33 – Deux pistons proches. En haut : comparaison des cartographies des pressions (Pa) à 2000 Hz. En bas : comparaison des cartographies de vitesses normale (m/s) à 2000 Hz. Résultat NAH à gauche et référence à droite



### 7.5.2 iPTF

Nous voyons sur la figure 7.34 les résultats de la méthode iPTF appliquée aux deux pistons proches en opposition de phase. Les mêmes conclusions que pour l'étude avec un seul piston peuvent être déduites. On remarque que la méthode n'a aucun mal à reconstruire les champs de vitesse et de pression à cette fréquence.

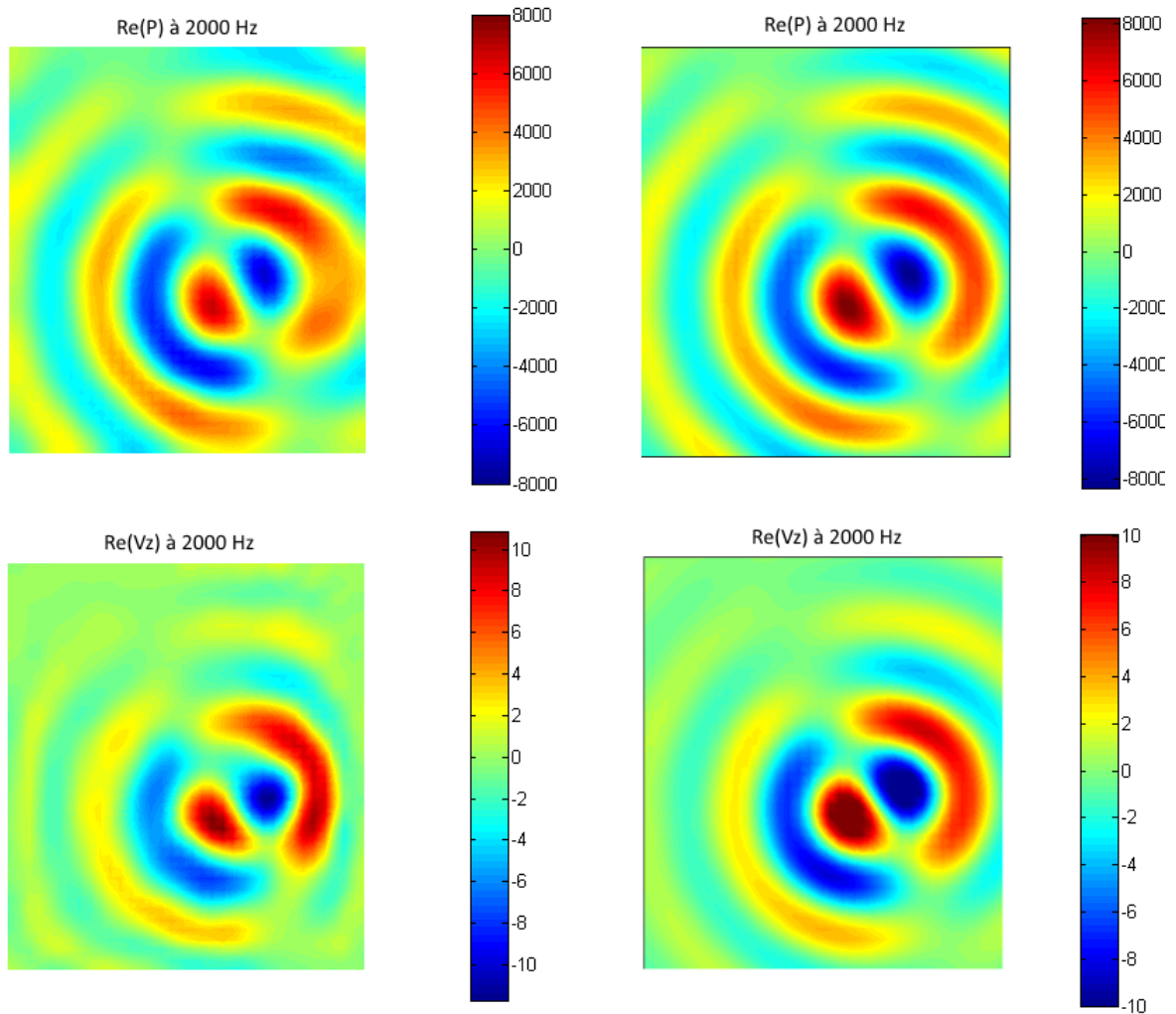
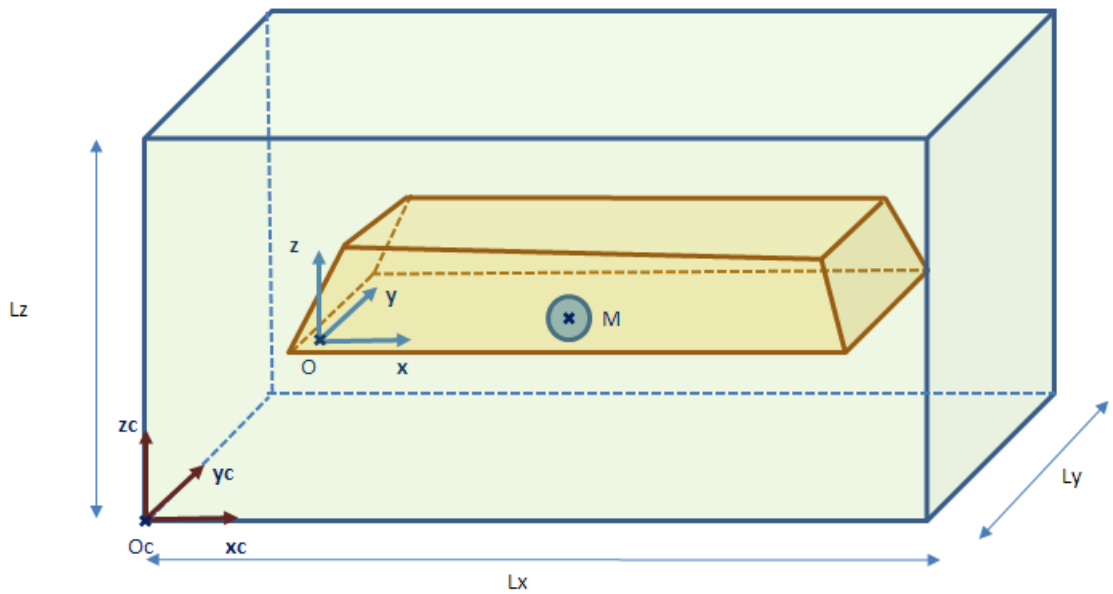


FIGURE 7.34 – Deux pistons proches. En haut : comparaison des cartographies des pressions (Pa) à 2000 Hz. En bas : comparaison des cartographies de vitesses normale (m/s) à 2000 Hz. Résultat iPTF à gauche et référence à droite

# 7.6 Monopole dans une cavité

Le dernier benchmark concerne le rayonnement d'un monopole dans une cavité (figure 7.35). Ce benchmark permettra de quantifier l'efficacité des méthodes testées dans un milieu confiné.



Monopole	
q (kg/s)	1
Position de O (repère de la cavité)	
xo (m)	0.05
yo (m)	0.05
zo (m)	0.5
Position de M (repère de la cavité)	
xm (m)	0.3
ym (m)	0.25
zm (m)	0.5

Petite cavité	
Lx (m)	0.9
Ly (m)	0.8
Lz (m)	1.2

Calcul des modes jusqu'à 4000 Hz

FIGURE 7.35 – Cas du monopole dans une cavité.

### 7.6.1 NAH

Le monopole dans une cavité est une étude en champ réverbérant. Les ondes générées par le monopole se reflètent contre la parois et se transforment en ondes retour qui perturberont le champ acoustique. Nous pouvons d'ores et déjà penser que la fonction NAH ne sera pas efficace dans ce type d'étude en nous basant sur les résultats des deux monopoles hors plan.

Cette hypothèse est confirmée par la figure 7.36 qui montre le champ de pression de référence et celui identifié. On voit clairement que les résultats donnés par la méthode NAH dans ce cas sont aberrants et ne correspondent en aucun cas à la réalité. On peut remarquer que le champ de pression identifié représente un des modes de la cavité.

Le champ de vitesse reconstruit à partir du champ de pression sera par conséquent faux. Cette erreur se retrouve quelque soit la fréquence d'étude.

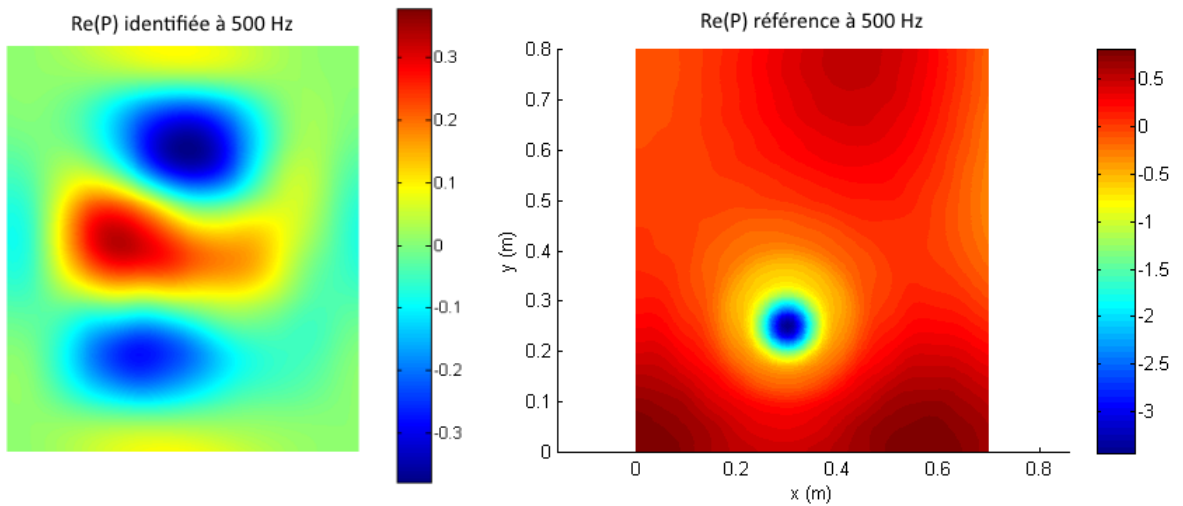


FIGURE 7.36 – Comparaison des cartographies des pressions (Pa) à 500 Hz pour un monopole dans une cavité. Résultat NAH à gauche et référence à droite

### 7.6.2 iPTF

La méthode iPTF devrait obtenir des résultats corrects pour ce genre d'étude puisqu'elle n'est pas sensible aux perturbations du champ acoustique par la cavité. Pourtant, la figure 7.37 montre que cette méthode ne reconstitue pas le champ de pression correctement. Bien que le maximum de pression soit localisé à l'endroit du monopole, les grandeurs et la répartition de la pression ne sont pas respectées en règle générale. Sur la même figure, on voit que

l'intensité normale n'est pas non plus bien identifiée. On peut encore une fois deviner la position du monopole mais sans avoir des résultats corrects sur les ordre de grandeurs.

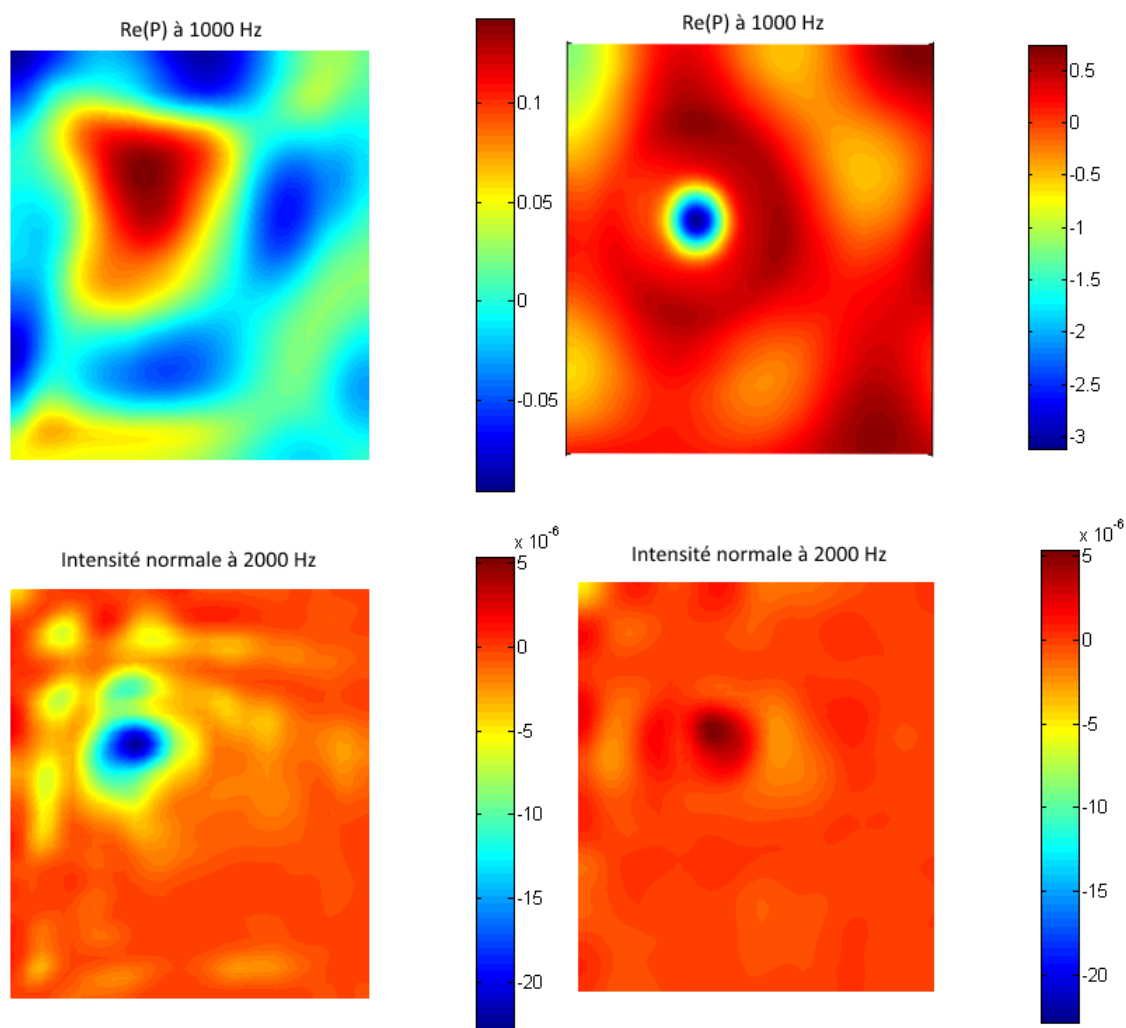


FIGURE 7.37 – Monopole dans une cavité. En haut : comparaison des cartographies des pressions (Pa) à 1000 Hz. En bas : comparaison des cartographies de l'intensité normale ( $W/m^2$ ). Résultat iPTF à gauche et référence à droite

## 7.7 Synthèse

Nous avons vu dans quelles mesures notre programme permet de comparer des méthodes d'identification et d'estimer leur efficacité. Nous avons ici comparé la méthode NAH et la méthode iPTF au modèle analytique fourni par nos benchmarks pour différentes valeurs de fréquences. Le but était de souligner l'utilité de ce programme quant à la comparaison des deux méthodes.

En effet, les deux méthodes ont été comparées de manière indépendante sans passer par un protocole expérimental difficile à mettre en place. Nous avons compris comment la visualisation des cartographies peut amener à des réflexions non seulement sur les paramètres de régularisation, sur le type de grandeurs comparées mais aussi sur l'étude considérée (champ libre et champ réverbérant).

A travers ces comparaisons, nous avons vu que la méthode NAH est inefficace en présence de sources perturbatrices (monopoles ou réflexions) contrairement à la méthode iPTF. Néanmoins, nous avons obtenu des résultats surprenant pour le cas du monopole dans une cavité : la méthode iPTF n'est pas très efficace alors qu'elle devrait être insensible à l'influence de la cavité. Finalement, nous pouvons dire que les comparaisons qui ont été effectuées grâce au programme de benchmarks nous ont montrées les limites des méthodes d'identification. Si une étude plus poussée devait être effectuée, elle permettrait de caractériser entièrement l'efficacité de la méthode notamment en définissant son domaine de prédilection aussi bien en terme de plage de fréquences qu'en type de source.

# Chapitre 8

## Conclusion

Ce rapport de master de recherche a permis de définir les différents benchmarks numériques créés qui ont pour application la comparaison avec des résultats donnés par des méthodes d'identification de sources acoustiques. Durant ces mois de travail nous avons pu comprendre l'enjeu et l'intérêt que peut avoir un tel programme. Les méthodes d'identifications aujourd'hui utilisées sont toutes différentes les unes des autres et nécessitent des paramètres d'entrée variables bien que la finalité soit la même : reconstruire un champ de pression ou de vitesse à la surface d'une source vibrante. L'objectif était de créer un programme de comparaison qui s'adapte à toutes les méthodes en proposant un panel de configuration large. Nous avons pu programmer le rayonnement d'un monopole en champ libre ou dans une cavité, le piston rigide et bafflé ainsi que celui d'une plaque mince bafflée. Les différents benchmarks ont été testés et validés de manière à assurer la validité des résultats. La validation du programme qui calcule le rayonnement de la plaque a été longue dans la mesure où un modèle numérique a été développé.

Pour finir, une interface graphique a été créée de façon à permettre aux utilisateurs de se servir des benchmarks de manière simplifiée. L'utilisateur peut choisir entre les différents benchmarks proposés et les paramétrer selon ses besoins. Il lui est possible d'effectuer les calculs de rayonnement sur une surface de référence. Les calculs sont aussi effectués sur une surface de mesure qui est entièrement définie par l'utilisateur à travers une liste de coordonnées à fournir. Les principaux résultats qui sont donnés par le programme sont la pression et le vecteur vitesse rayonné par le cas considéré sur le maillage choisi. Il est non seulement possible de les visualiser directement grâce à l'interface graphique, mais aussi de les exporter et de laisser l'utilisateur les utiliser comme il le souhaite. Ainsi, le programme de benchmarks ici proposé s'adapte à un grand nombre de cas et permet une grande flexibilité de ma-

nière à convenir à tous les utilisateurs.

Pour terminer, voici quelques idées qui pourraient venir compléter le programme qui a été créé. Dans un premier temps, il serait envisageable de rajouter le benchmark de la plaque dans une cavité. De plus, il serait intéressant de créer un outil de comparaison des cartographies qui donnerait une valeur quantitative quant à la correspondance entre la surface identifiée et la surface de référence. De cette manière, chaque méthode d'identification pourrait obtenir une note sur chaque type d'étude menée, il serait alors possible de connaître les méthodes à privilégier dans certains cas.

# Annexe A

## Guide pour l'utilisation du programme

Ce document a pour but d'aider l'utilisateur à la prise en main du programme de benchmarks numériques. Les trois interfaces graphiques relatives aux trois cas d'étude seront explicitées. Des précisions sur la mise en forme des données d'entrée et de sortie seront apportées.

### A.1 Démarrage du programme

Lancer le fichier "benchmarks.m" pour démarrer le programme. Il est alors possible de choisir parmi les trois cas d'étude définis dans ce rapport : le monopole, le piston et la plaque. Se référer à la section concernée pour avoir les informations nécessaires à l'utilisation de chaque benchmark.

### A.2 Monopole

Cette section du programme permet de définir une étude de rayonnement contenant jusqu'à trois monopoles en champ libre ou dans une cavité. L'interface graphique est organisée en quatre parties : Monopole, Etude, Mesures et Résultats.

#### Partie "Monopole"

Cette section permet de définir les paramètres des différents monopoles ainsi que le type d'étude (champ libre ou cavité). Dans un premier temps, il faut choisir le nombre de monopoles présents (jusqu'à trois monopoles). Il faut ensuite définir le débit et les coordonnées de chacun de ces monopoles. Les



FIGURE A.1 – Partie "Monopole"

coordonnées sont référencées par rapport aux coordonnées de mesure (voir section "Mesures"). Sur la droite de la fenêtre, l'utilisateur a le choix de mener l'étude dans une cavité ou en champ libre. Dans le premier cas, il est nécessaire de rentrer les dimensions de la cavité (en mètre) ainsi que l'amortissement introduit sur la célérité.

Remarque importante : si l'étude est menée dans une cavité, le repère de référence pour la position des monopoles est le repère de la cavité. Il en est de même pour les points de mesures (voir "Mesures").

### Partie "Etude"

FIGURE A.2 – Partie "Etude"

Cette partie permet de définir les paramètres du milieu de propagation (célérité des ondes et masse volumique). De plus, l'utilisateur choisit la plage de fréquence d'étude. Si l'étude s'effectue dans une cavité, l'utilisateur doit indiquer la fréquence maximum pour le calcul des modes de cavités.

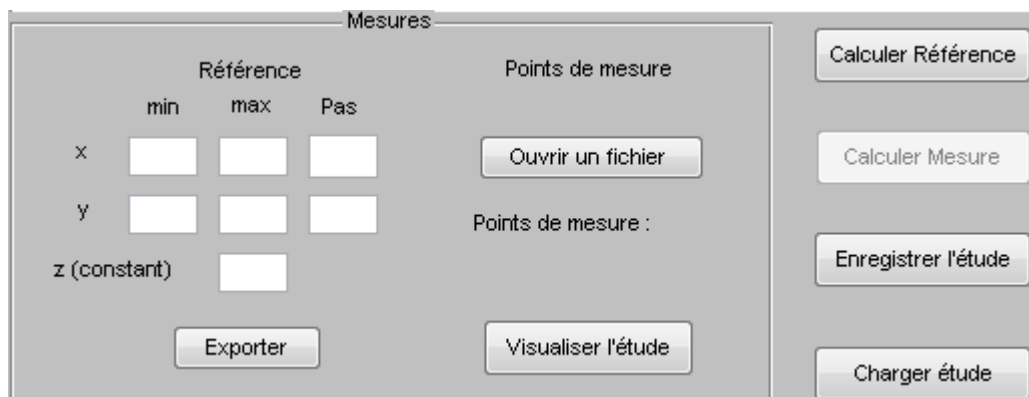


FIGURE A.3 – Partie "Mesures"

### Partie "Mesures"

Dans cette section, l'utilisateur peut définir les points de l'espace sur lesquels seront effectué les calculs.

Les paramètres de référence permettent de définir un plan à  $z$  constant. Ce plan correspond à la surface à identifier. Le bouton "Calculer Référence" lancera le calcul de la pression et de la vitesse sur ce plan de référence. Il est possible d'exporter les coordonnées définissant le plan à l'aide du bouton "Exporter". La mise en forme des coordonnées est une matrice de dimension *nombre de point*  $\times$  3.

Le bouton "Ouvrir un fichier" permet d'importer un fichier contenant les coordonnées des points de mesure. Ce fichier doit contenir une matrice *nombre de point*  $\times$  3 afin qu'il soit pris en compte par le programme.

Le bouton "Calculer Référence" permet de lancer les calculs de rayonnement sur les points définis par la surface de référence. Le bouton "Calculer Mesure" quant à lui permet de lancer les calculs sur le maillage de mesure chargé au préalable.

Il est possible d'enregistrer les paramètres ainsi que les coordonnées de l'étude en cliquant sur le bouton "Enregistrer l'étude". Une étude qui a été enregistrée peut être chargée en cliquant sur le bouton "Charger étude".

### Partie "Résultats"

Cette partie de l'interface graphique permet d'accéder aux résultats après avoir effectués les calculs. Il est possible d'afficher les cartographies définies

par la surface de référence à la fréquence souhaitée. L'utilisateur a le choix de la grandeur à afficher.

En ce qui concerne les résultats sur les points de mesure, il n'est pas possible d'en afficher la cartographie. En revanche, certaines grandeurs en un point de mesure sont accessibles. Les points de mesure qui ont été définis par le maillage chargé dans la partie "Mesure" sont numérotés dans l'ordre d'apparition dans la matrice de coordonnées. L'utilisateur peut sélectionner un de ces points ainsi qu'une grandeur à afficher.

Pour finir, cette section sert également à exporter les résultats des calculs. Le bouton "Référence" et "Mesure" servent à exporter les résultats dans un fichier *.mat*. La matrice de pression est exportée sous la forme *nb fréquences*  $\times$  *nb de points*. La matrice de vitesse est exportée sous la forme *nb fréquences*  $\times$   $3 \times$  *nb de points*

The screenshot shows a software interface titled "Résultats". It features several interactive elements:
 

- Cartographie de référence:** A dropdown menu currently set to "Pression (Pa)" with a "Visualiser" button to its right.
- Point de mesure:** A dropdown menu currently set to "Pression (Pa)" with a "Visualiser" button to its right.
- Coordonnées:** A dropdown menu with options "x", "y", and "z".
- Enregistrement des résultats:** A section containing two buttons, "Référence" and "Mesure", used for exporting data.

FIGURE A.4 – Partie "Résultats"

## A.3 Piston rigide et bafflé

Cette section du programme permet de définir une étude de rayonnement contenant jusqu'à trois pistons en champ libre. L'interface graphique est organisée en quatre parties : Pistons, Etude, Mesures et Résultats.

### Partie "Pistons"

The screenshot shows a software window titled "Pistons". Inside, there is a dropdown menu for "Nombre de pistons" set to "1". Below this, there are three columns labeled "Piston 1", "Piston 2", and "Piston 3". The "Piston 2" and "Piston 3" columns are dimmed. On the left, there are labels for the input fields: "Coordonnées dans le repère de mesure" with sub-labels "x" and "y", "Dimensions (m)" with sub-labels "a" and "b", and "Déplacement de la membrane (m)" with sub-label "w". Each of these labels has corresponding input boxes for each piston column.

	Piston 1	Piston 2	Piston 3
Coordonnées dans le repère de mesure	x		
	y		
Dimensions (m)	a		
	b		
Déplacement de la membrane (m)	w		

FIGURE A.5 – Partie "Pistons"

Cette section permet de définir les paramètres des différents pistons. Dans un premier temps, il faut choisir le nombre de pistons présents (jusqu'à trois pistons). Il faut ensuite définir les dimensions, le déplacements et les coordonnées de chaque piston. Les coordonnées sont référencées par rapport aux coordonnées de mesure (voir section "Mesures") et la valeur de  $z$  est par défaut nulle.

### Partie "Etude"

Cette partie permet de définir les paramètres du milieu de propagation (célérité des ondes et masse volumique). De plus, l'utilisateur choisit la plage de fréquence d'étude. Il faut également choisir l'amortissement introduit sur la célérité. Pour finir, le paramètre "alpha" définit la troncature sur les nombres d'onde, il est pris par défaut à 2 mais peut être changé si nécessaire. Se référer à la partie "Piston rigide et bafflé" de ce rapport pour plus d'information.

**Etude**

Célérité des ondes c = <input type="text" value="340"/> m/s	Masse volumique du milieu <input type="text" value="1.225"/> kg/m3
Amortissement (%) <input type="text" value="0.1"/>	Coefficient alpha <input type="text" value="2"/>
min	max
Pas	
Fréquences d'étude	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>

FIGURE A.6 – Partie "Etude"

### Partie "Mesures"

Dans cette section, l'utilisateur peut définir les points de l'espace sur lesquels seront effectués les calculs.

Les paramètres de référence permettent de définir un plan à  $z$  constant. Ce plan correspond à la surface à identifier. Le bouton "Calculer Référence" lancera le calcul de la pression et de la vitesse sur ce plan de référence. Il est possible d'exporter les coordonnées définissant le plan à l'aide du bouton "Exporter". La mise en forme des coordonnées est une matrice de dimension *nombre de point*  $\times$  3.

Le bouton "Ouvrir un fichier" permet d'importer un fichier contenant les coordonnées des points de mesure. Ce fichier doit contenir une matrice *nombre de point*  $\times$  3 afin qu'il soit pris en compte par le programme.

Le bouton "Calculer Mesure" permet de lancer les calculs de rayonnement sur les points du maillage chargé au préalable.

Il est possible d'enregistrer les paramètres et les coordonnées de l'étude en cliquant sur le bouton "Enregistrer l'étude". Une étude qui a été enregistrée peut être chargée en cliquant sur le bouton "Charger étude".

### Partie "Résultats"

Cette partie de l'interface graphique permet d'accéder aux résultats après avoir effectués les calculs. Il est possible d'afficher les cartographies définies par la surface de référence à la fréquence souhaitée. L'utilisateur a le choix de la grandeur à afficher.

En ce qui concerne les résultats sur les points de mesure, il n'est pas possible d'en afficher la cartographie. En revanche, certaines grandeurs sont accessibles en un point de mesure. Les points de mesure qui ont été définis par le

FIGURE A.7 – Partie "Mesures"

maillage chargé dans la partie "Mesure" sont numérotés dans l'ordre d'apparition dans la matrice de coordonnées. L'utilisateur peut sélectionner un de ces points ainsi qu'une grandeur à afficher.

Pour finir, cette section sert également à exporter les résultats des calculs. Le bouton "Référence" et "Mesure" servent à exporter les résultats dans un fichier *.mat*. La matrice de pression est exportée sous la forme *nb frequencies*  $\times$  *nb de points*. La matrice de vitesse est exportée sous la forme *nb frequencies*  $\times$   $3 \times$  *nb de points*

FIGURE A.8 – Partie "Résultats"

## A.4 Plaque mince finie et bafflée

Cette section du programme permet de définir une étude de rayonnement contenant une plaque en champ libre. L'interface graphique est organisée en quatre parties : Plaque, Etude, Mesures et Résultats.

### Partie "Pistons"

The screenshot shows the 'Plaque' interface with the following sections and values:

- Dimensions (m):**
  - a: 0.6
  - b: 0.5
  - h: 0.002
- Effort exciteur:**
  - Coordonnées dans le repère de la plaque:
    - x0: 0.2 m
    - y0: 0.3 m
  - Norme: F0: 1 N
- Incréments spatiaux (m):**
  - Dx: 0.01
  - Dy: 0.01
- Matériau:**
  - E: 2.1e11 Pa
  - Rho: 7800 kg/m3
  - Nu: 0.3
  - Eta: 0.01
- Options (Right Panel):**
  - ☒ Champ libre
  - ☐ Cavité
  - Dimension de la cavité:
    - Lx: [ ]
    - Ly: [ ]
    - Lz: [ ]
  - Amortissement (%): [ ]
  - Origine de la plaque (repère de la cavité):
    - xp: [ ]
    - yp: [ ]

FIGURE A.9 – Partie "Plaque"

Cette section permet de définir les paramètres de la plaque. Dans un premier temps, il faut indiquer les dimensions de la plaque ainsi que les incréments spatiaux qui serviront à sa discrétisation. L'effort exciteur doit aussi être caractérisé (coordonnées, effort). Pour finir, il faut définir le matériau de la plaque en indiquant le module d'Young, la masse volumique, le module de Poisson (Nu) et l'amortissement de la structure (Eta). Sur la droite, un espace est prévu pour effectuer le calcul dans une cavité mais ce calcul n'a pas été programmé dans le cadre de ce master.

### Partie "Etude"

Cette partie permet de définir les paramètres du milieu de propagation ( célérité des ondes et masse volumique). De plus, l'utilisateur choisit la plage de fréquence d'étude.

FIGURE A.10 – Partie "Etude"

### Partie "Mesures"

Dans cette section, l'utilisateur peut définir les points de l'espace sur lesquels seront effectués les calculs.

Dans un premier temps, l'utilisateur doit choisir si la référence sera composée uniquement de la plaque ou de la plaque et un baffle l'entourant. Si jamais la deuxième option est choisie, l'utilisateur doit indiquer les dimensions du baffle ainsi que la position de la plaque dans le repère du baffle. Le bouton "Calculer Référence" permet de lancer les calculs de rayonnement sur les points définis par la surface de référence.

Le bouton "Ouvrir un fichier" permet d'importer un fichier contenant les coordonnées des points de mesure. Ce fichier doit contenir une matrice *nombre de point*  $\times$  3 afin qu'il soit pris en compte par le programme. Le bouton "Calculer Mesure" permet de lancer les calculs de rayonnement sur les points du maillage chargé.

Il est possible d'enregistrer les paramètres et les coordonnées de l'étude en cliquant sur le bouton "Enregistrer l'étude". Une étude qui a été enregistrée peut être chargée en cliquant sur le bouton "Charger étude".

### Partie "Résultats"

Cette partie de l'interface graphique permet d'accéder aux résultats après avoir effectués les calculs. Il est possible d'afficher les cartographies définies par la surface de référence à la fréquence souhaitée. L'utilisateur a le choix de la grandeur à afficher. De plus, les grandeurs de référence telles que la puissance ou la vitesse quadratique peuvent être visualisées dans un graphique en fonction de la fréquence.

En ce qui concerne les résultats sur les points de mesure, il n'est pas possible d'en afficher la cartographie. En revanche, certaines grandeurs sont accessibles en un point de mesure. Les points de mesure qui ont été définis par le



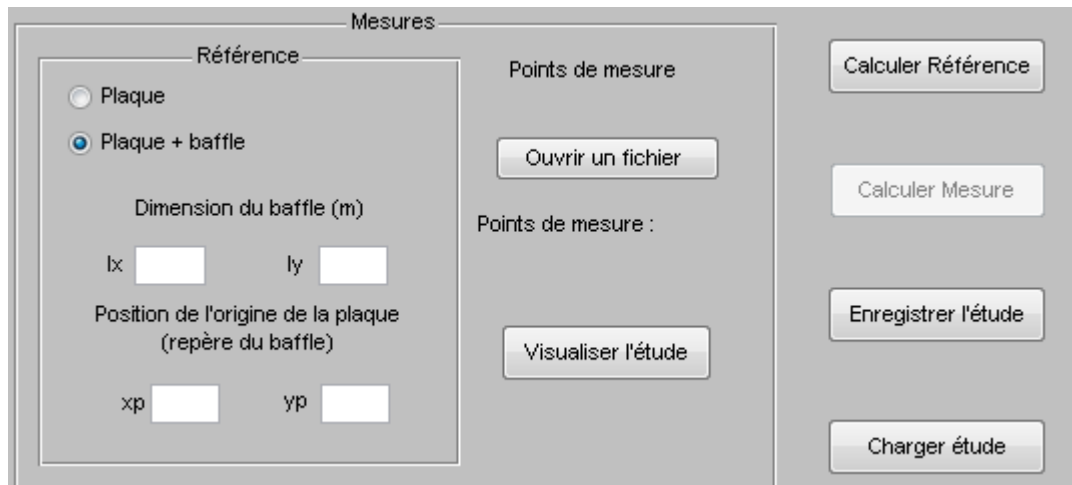


FIGURE A.11 – Partie "Mesures"

maillage chargé dans la partie "Mesure" sont numérotés dans l'ordre d'apparition dans la matrice de coordonnées. L'utilisateur peut sélectionner un de ces points ainsi qu'une grandeur à afficher.

Pour finir, cette section sert également à exporter les résultats des calculs. Le bouton "Référéce" et "Mesure" servent à exporter les résultats dans un fichier *.mat*. La matrice de pression est exportée sous la forme  $nb\ frequencies \times nb\ de\ points$ . La matrice de vitesse est exportée sous la forme  $nb\ frequencies \times 3 \times nb\ de\ points$

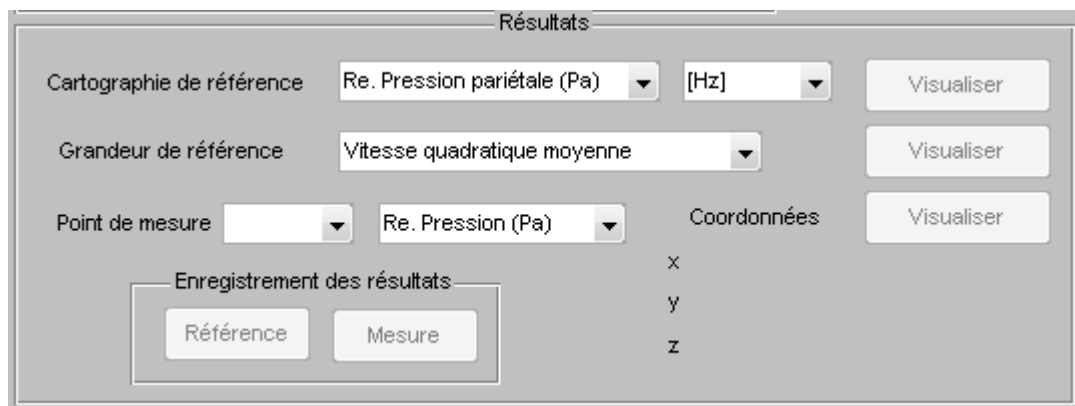


FIGURE A.12 – Partie "Résultats"

# Bibliographie

- [1] *Rank-deficient and discrete ill-posed problems*. SIAM, 1998.
- [2] *Fourier Acoustics*. Academic Press, 1999.
- [3] Laulagnet B. : *Cours de Rayonnement des Structures (INSA de Lyon)*, 2014.
- [4] Pézerat C., Leclère Q., Totaro N. et Pachebat M. : Identification of vibration excitations from acoustic measurements using near field acoustic holography and the force analysis technique. *Journal of Sound and Vibration*, 326, 2009.
- [5] Vigoureux D. : *Déconfinement de sources acoustiques par utilisation d'une méthode holographique à double information*. Thèse de doctorat, 2012.
- [6] Hald J. : Stsf-a unique technique for scan-based near-field acoustic holography without restrictions on coherence. *Tech. Report 1, Brüel & Kjaer Technical Review*, 1989.
- [7] Hald J. : Stsf-a unique technique for scan-based near-field acoustic holography without restrictions on coherence. *Tech. Report 2, Brüel & Kjaer Technical Review*, 1989.
- [8] Maynard J.D., Williams E.G. et Lee Y. : Nearfield acoustic holography : I. theory of generalized holography and the development of nah. *Journal of Sound and Vibration*, 78(4), 1985.
- [9] Aucejo M. : "interfaces vib". en téléchargement libre sur <http://intra-lva.insa-lyon.fr>.
- [10] Ouisse M., Maxit L., Cacciolati C. et Guyader J.-L. : Patch transfer functions as a tool to couple linear acoustic problem. *Journal of Sound and Vibration*, 127, 2005.

- [11] Totaro N., Vigoureux D., Lagneaux J. et Guyader J.-L. : Sound fields separation and reconstruction of irregularity shaped sources. *submitted to Journal of Sound and Vibration*, 2014.
- [12] Leclère Q. : Acoustic imaging using underdetermined inverse aroaches. *Journal of Sound and Vibration*, 2009.
- [13] Marchiano R. : *Rayonnement Acoustique des Structures - Notes de cours (Université Pierre et Marie Curie)*, 2007.
- [14] VERONESI, W.A. et J.D. MAYNARD : Digital holographic reconstruction of sources with arbitrarily shaped surfaces. *J. Acoust. Soc. Am.*, 85:588–598, 1988.
- [15] Braïkia Y. : *Méthodes d'identification et de caractérisation de source de bruit en environnement réverbérant*. Thèse de doctorat, 2012.